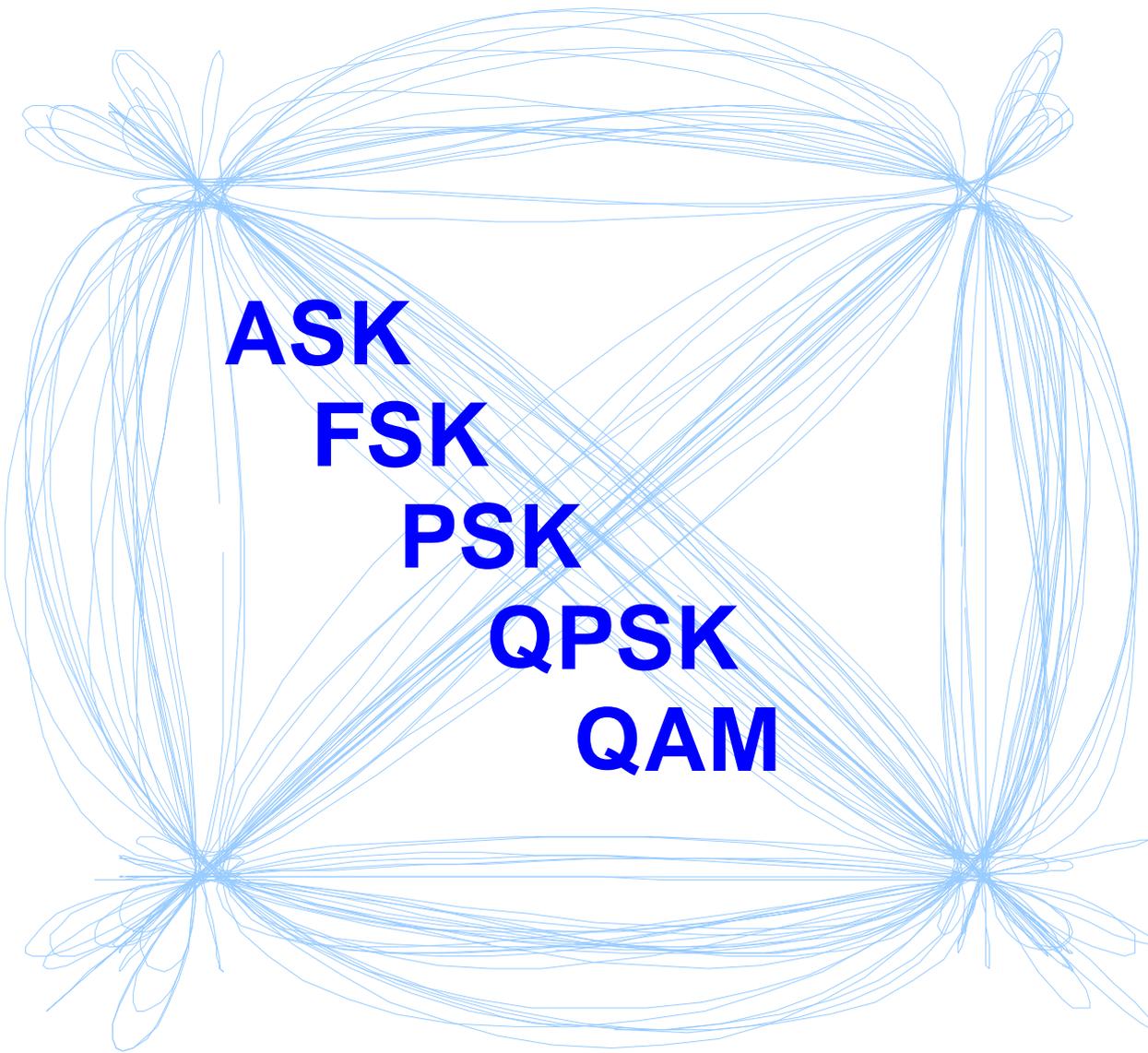


Digitale Modulationen



ASK
FSK
PSK
QPSK
QAM

Inhaltsverzeichnis

1.	Digitale Modulationen	1
1.1	Digitale Codes im Basisband und ihre Eigenschaften	1
1.2	Modulationsmöglichkeiten eines sinusförmigen Trägers	20
1.2.1	Amplitudenmodulation	22
1.2.2	Winkelmodulation (Frequenz- und Phasenmodulation)	23
1.3	Digitale Modulation eines sinusförmigen Trägers	27
1.3.1	Amplitudentastung	27
1.3.2	Phasenumtastung (Phase Shift Keying PSK)	36
1.3.3	Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)	56

1. Digitale Modulationen

Digitale Modulationen haben gegenüber analoger Übertragung zahlreiche Vorteile:

- Digitale Verarbeitung der Information
- Einfacher Multiplexbetrieb
- „Datenverschlüsselung“, Abhörsicherheit
- hohe Störfestigkeit
- Fehlerkorrektur einfach möglich
- Geringerer Bandbreitenbedarf
- Kleinere Nichtlinearitäten, praktisch konstantes S/N
- „einfachere“ Schaltungstechnik (Digitalbausteine)

Bei digitaler Modulation kann das modulierte Signal nur diskrete Werte annehmen.

Digitale Modulation eines Sinusträgers:

Sinusförmige Träger lassen sich grundsätzlich nach den gleichen drei Möglichkeiten modulieren wie analoge Modulationssignale:

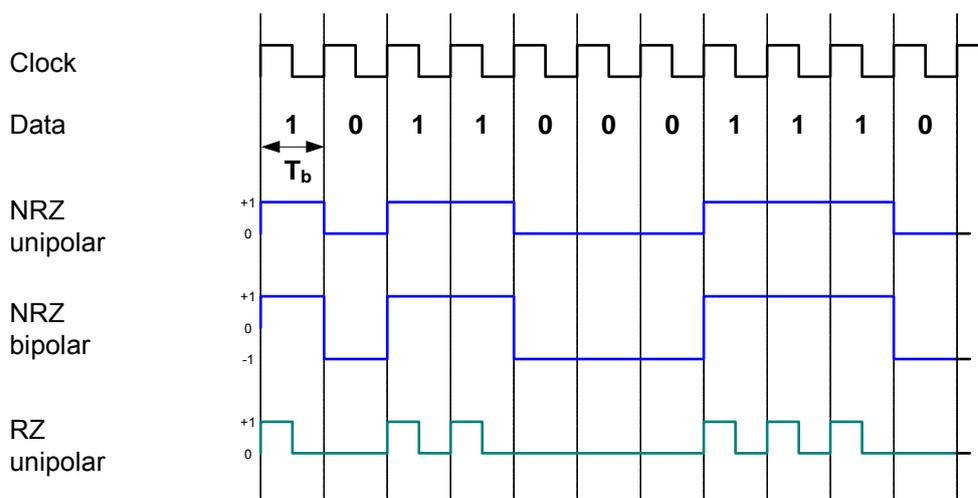
- Amplitudentastung (Amplitude Shift Keying ASK)
- Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)
- Phasenumtastung (Phase Shift Keying PSK)

Bei allen drei Grundarten sind verschiedene Varianten möglich.

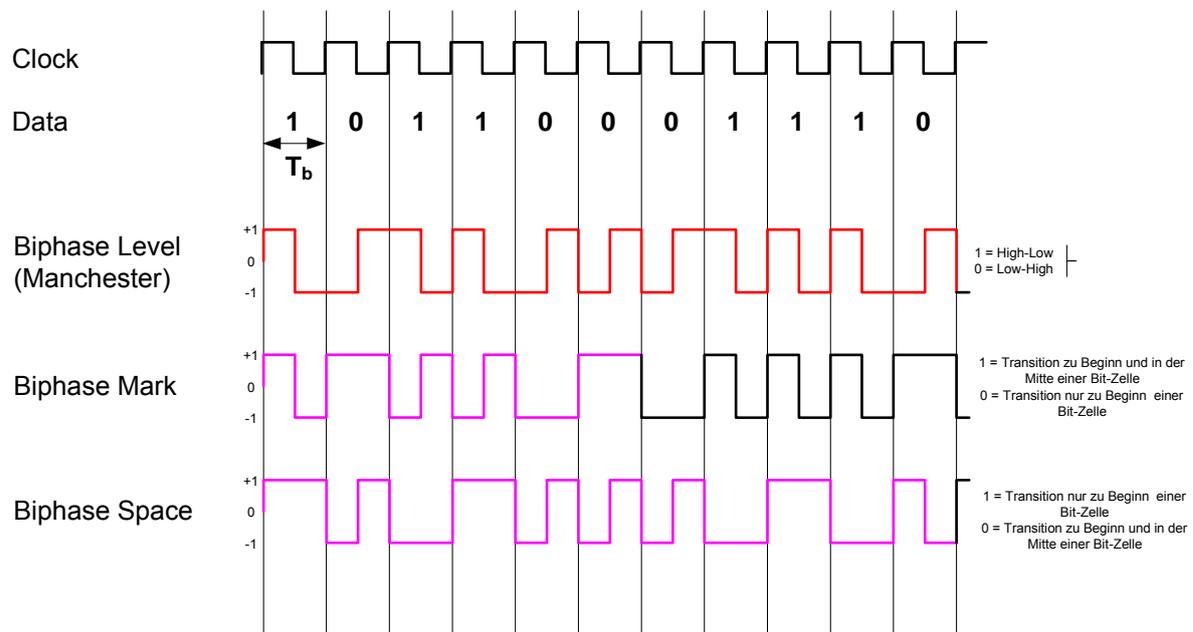
1.1 Digitale Signale (Leitungscode) im Basisband und ihre Eigenschaften

Digitale Daten liegen in der Regel als binäre Zahlen (z.B. „10110001110“) vor. Für die Übertragung müssen diese in eine zeitliche Abfolge logischer Zustände umgesetzt bzw. **codiert** werden. Ein rechteckförmiges Taktsignal (Clock) steuert diese Codierung und die Übertragung.

Nachfolgend die einfachsten **Leitungscode**:



Biphase Code haben gegenüber den bisher betrachteten NRZ- und RZ-Codes den Vorteil, dass sie DC-frei sind und eine einfache Clock-Rück-gewinnung ermöglichen. Sie weisen in jedem Datenbit mindestens eine Flanke auf.



Die Basisbandsignale können durch ihre Fourierreihenentwicklung angegeben werden:

$$b_{\text{unip}}(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t \quad b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t$$

$i = 1, 3, 5, \dots$

Werden diese Basisbandsignale mit dem Träger $u_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$ multipliziert, erhält man:

$$u_{\text{modunip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{unip}}(t) = \frac{\cos(\omega_c t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\sin\left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c\right) t + \sin\left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c\right) t \right]$$

$$u_{\text{modbip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i} \left[\sin\left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c\right) t + \sin\left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c\right) t \right]$$

Beim **unipolaren** Basisbandsignal erscheint der Träger mit halber Amplitude und das obere und untere Seitenband.

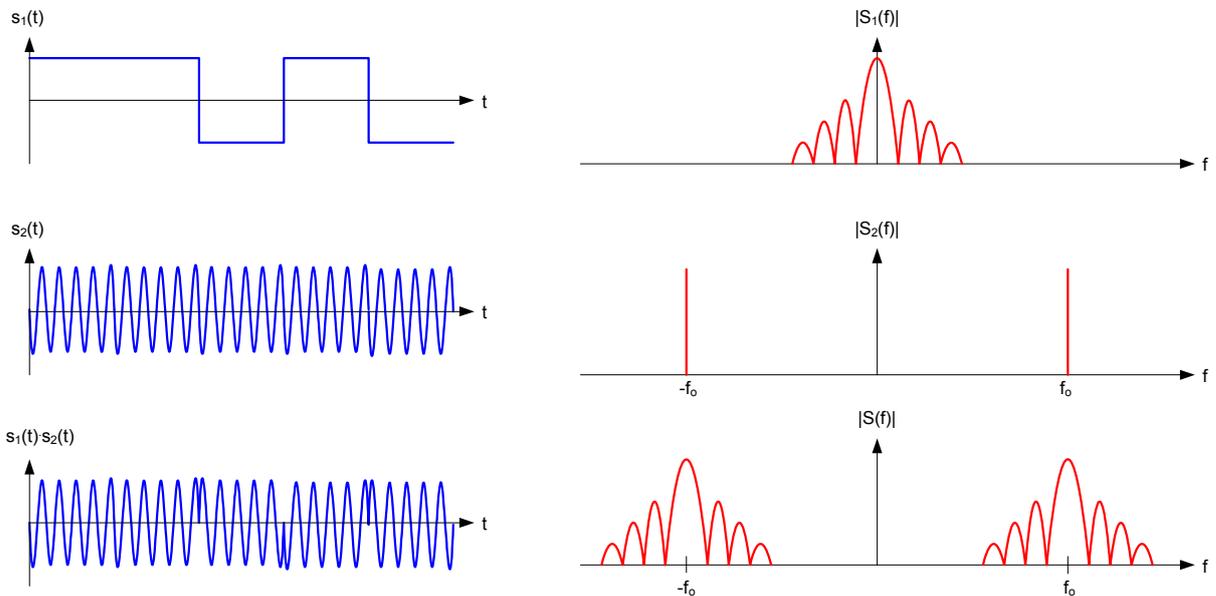
Beim **bipolaren** Basisbandsignal ist der Träger nicht vorhanden, sondern nur die beiden Seitenbänder.

Die spektrale Betrachtung der Signale ist bei digitalen Modulationsverfahren ein sehr wichtiger Aspekt.

Die Multiplikation des Basisbandsignals mit einem sinusförmigen Träger entspricht der Faltung der Signale im Frequenzbereich.

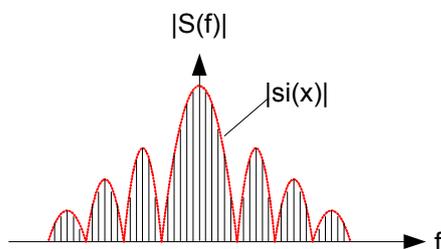
$$s(t) = s_1(t) \cdot s_2(t) \quad \circ \bullet \quad S(f) = S_1(f) * S_2(f)$$

Ist $s_1(t)$ ein Basisbandsignal und $s_2(t)$ der Träger so wird im Spektralbereich das Spektrum des Basisbandsignals zweiseitig um den Träger abgebildet.



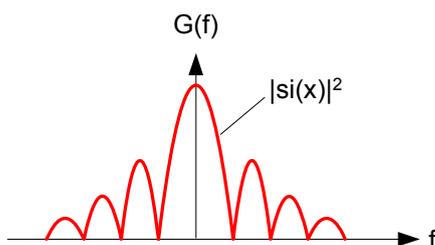
In der Praxis werden Basisbandsignale mit einer statistischen Verteilung der „Nullen“ und „Einsen“, einer pseudozufälligen Bitfolge PRBS (siehe 3.1.7), verwendet. Es ergibt sich dann ein Linienspektrum, dessen Hüllkurve eine $|si(x)|$ -Funktion aufweist.

$$si(x) = \text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$



Bei praktischen Messungen mit dem Spektralanalysator wird nur die Umhüllende dargestellt. Zudem werden nicht Spannungen, sondern Leistungen in Form der **spektralen Leistungsdichte $G(f)$** angezeigt. Diese Darstellung wird bei digitalen Modulationsverfahren durchwegs verwendet.

$$G(f) = |S(f)|^2$$



Wichtige Eigenschaften von Leitungscodes

- **Taktrückgewinnung**
Der Taktgehalt eines Codes sollte möglichst unabhängig vom Inhalt der übertragenen Daten sein, um auf der Empfängerseite eine einfache Taktrückgewinnung zu ermöglichen.
- **Gleichstromanteil**
Ein DC-Wert kann auf Übertragungssystemen nicht problemlos übertragen werden. Deshalb ist DC-freier Code anzustreben. Meistens kann dies nur im statistischen Mittel erfüllt werden.
- **Spektrale Leistungsdichte $G(f)$**
Die spektrale Leistungsdichte kann über die Fouriertransformation der zeitlichen Autokorrelationsfunktion berechnet werden.
Wichtige Eigenschaften sind die Amplitudenverteilung und die Lage der Nullstellen.
- **Fehlerwahrscheinlichkeit P_e**
Die Fehlerwahrscheinlichkeit in einem durch Gaußsches Rauschen (AWGN, Additive White Gaussian Noise) gestörten Übertragungskanal wird als Funktion des Störabstandes dargestellt. Die hier verwendeten Begriffe bedeuten:

E_b/N_0 = Maß für S/N

E_b = Energie per Bit = $U^2 T$

$N_0/2$ = Spektr. Leistungsdichte des AWGN

AWGN = Additive White Gaussian Noise

erf = Error Function

erfc = Complementary Error Function

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} B_{\text{Noise}} T_b = \frac{S}{N} \frac{B_{\text{Noise}}}{f_b}$$

$$\text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-U^2} du$$

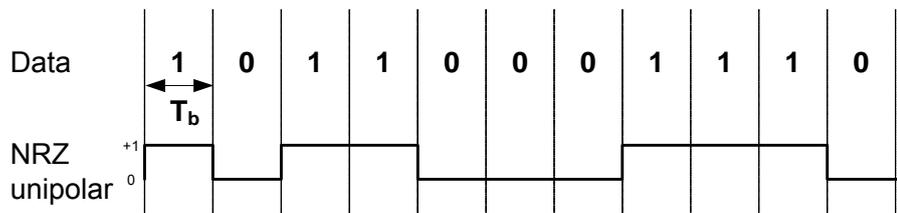
$$\text{erfc}(u) = 1 - \text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} e^{-U^2} du$$

$$\text{erf}(0) = 0 \quad \text{erf}(\infty) = 1$$

- **Nyquistbandbreite**
Die Frage der minimal notwendigen Bandbreite lässt sich mit dem Abtasttheorem beantworten. Sie beträgt:

$$B_N = \frac{1}{2T_{\min}} = \frac{\text{Baudrate}}{2}$$

T_{\min} = Kleinste Impulsdauer

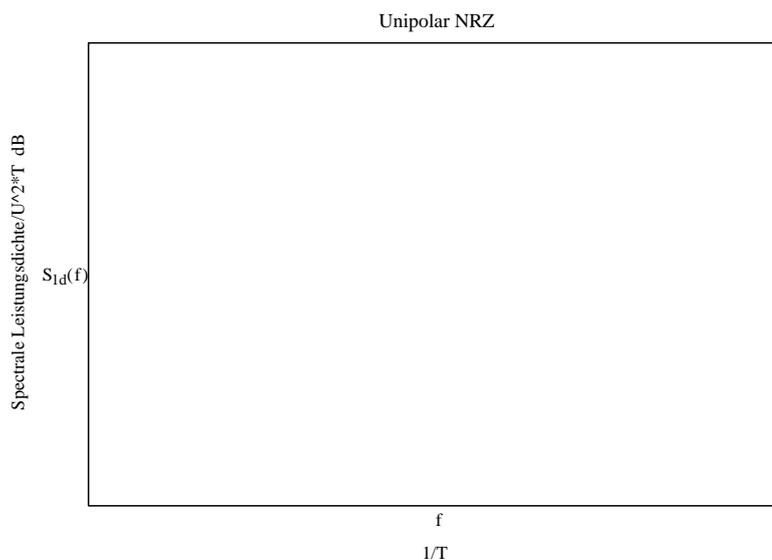
Unipolar NRZ (Non Return to Zero)**Eigenschaften:**

- + einfacher Code
- DC-Komponente
- Taktrückgewinnung bei langen Sequenzen „1“ oder „0“ nicht möglich

Spektrale Leistungsdichte:

$$G_{U\text{-NRZ}}(f) = \frac{U^2 T_b}{4} \text{si}^2(\pi f T_b) = \frac{U^2 T_b}{4} \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2$$

U = Spannung des log. 1 – Zustandes

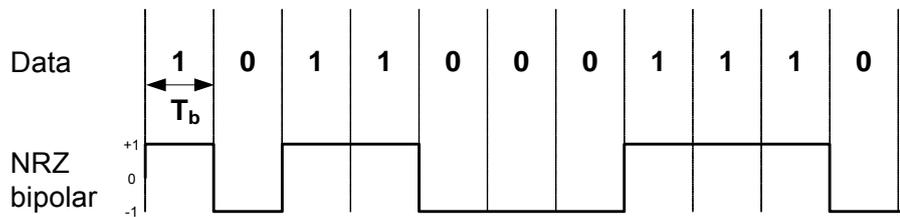
**Fehlerwahrscheinlichkeit:**

$$P_{e_{U\text{-NRZ}}} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right)$$

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{2T_b}$$

T_b = Nutzdatenbitdauer

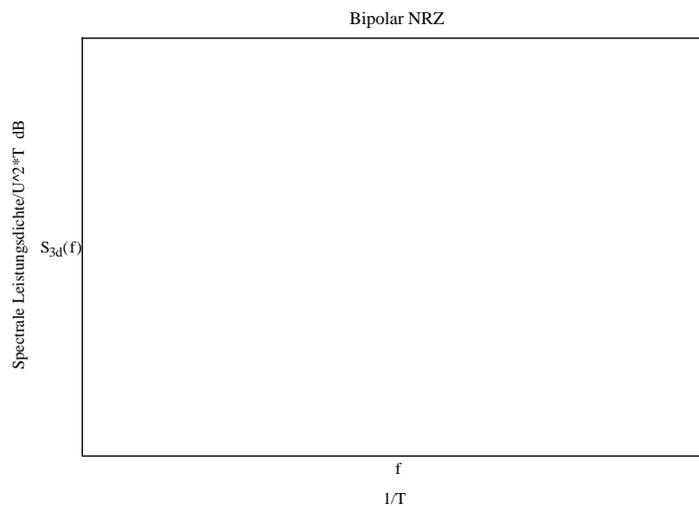
Bipolar NRZ (Non Return to Zero)**Eigenschaften:**

- + einfacher Code
- + Keine DC-Komponente, sofern Häufigkeit von „1“ gleich wie „0“
- Taktrückgewinnung bei langen Sequenzen „1“ oder „0“ nicht möglich

Spektrale Leistungsdichte:

$$G_{B-NRZ}(f) = U^2 T_b \text{si}^2(\pi f T_b) = U^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2$$

U = Spannung des log. 1 – Zustandes

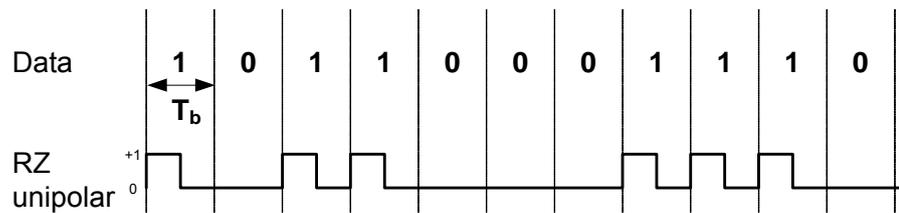
**Fehlerwahrscheinlichkeit:**

$$P_{eB-NRZ} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}} \right)$$

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{2T_b}$$

T_b = Nutzdatenbitdauer

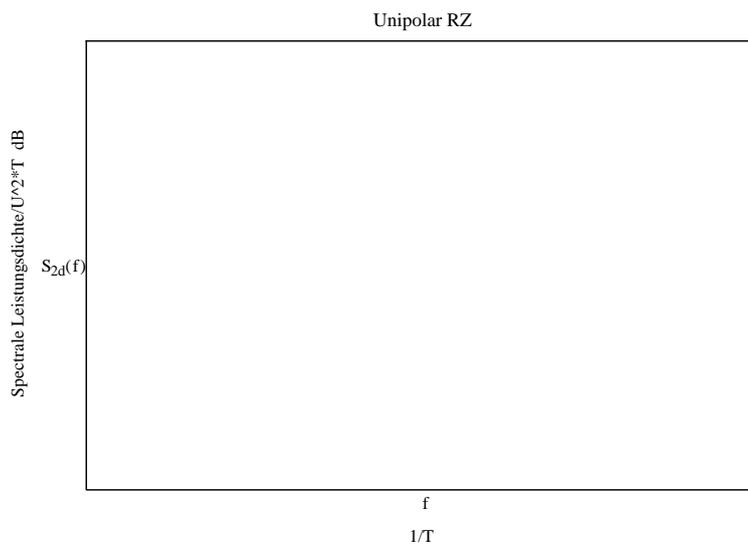
Unipolar RZ (Return to Zero)**Eigenschaften:**

- + Taktrückgewinnung eher möglich als bei NRZ
- DC-Komponente
- Taktrückgewinnung bei langen Sequenzen „0“ nicht möglich
- Doppelte Bandbreite gegenüber NRZ

Spektrale Leistungsdichte:

$$G_{U-RZ}(f) = \frac{U^2 T_b}{16} \text{si}^2(\pi f T_b / 2) = \frac{U^2 T_b}{16} \left[\frac{\sin(\pi f T_b / 2)}{\pi f T_b / 2} \right]^2$$

U = Spannung des log. 1 – Zustandes

**Fehlerwahrscheinlichkeit:**

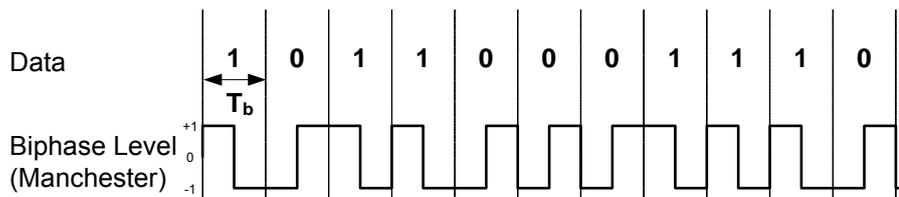
$$P_{e_{U-RZ}} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{8N_0}} \right)$$

Niquistbandbreite:

$$B_N = \frac{1}{T_b}$$

T_b = Nutzdatenbitdauer

Biphase Level (Manchester)



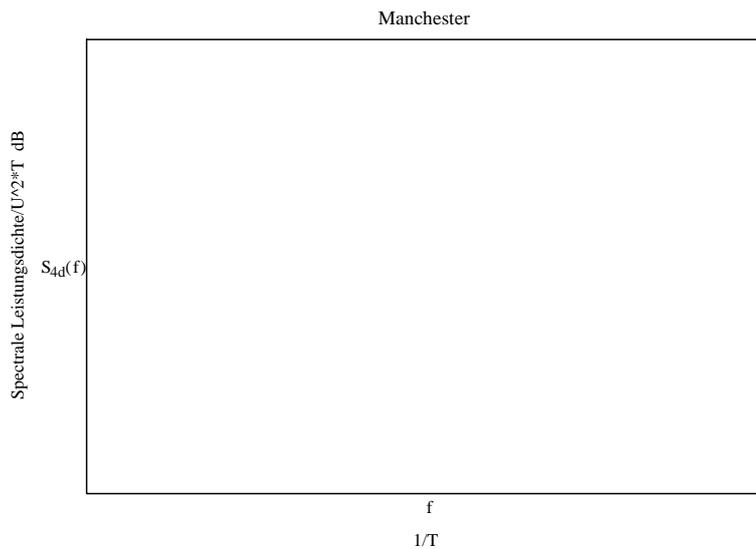
Eigenschaften:

- + Einfache Taktrückgewinnung
- + Keine DC-Komponente
- Doppelte Bandbreite gegenüber NRZ

Spektrale Leistungsdichte:

$$G_{BL}(f) = U^2 T \left[\frac{\sin(\pi f T_b / 2)}{\pi f T_b / 2} \right]^2 \sin^2(\pi f T_b / 2)$$

U = Spannung des log. 1 – Zustandes



Fehlerwahrscheinlichkeit:

$$P_{e_{U-NRZ}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

wie Bipolar NRZ

Niquistbandbreite:

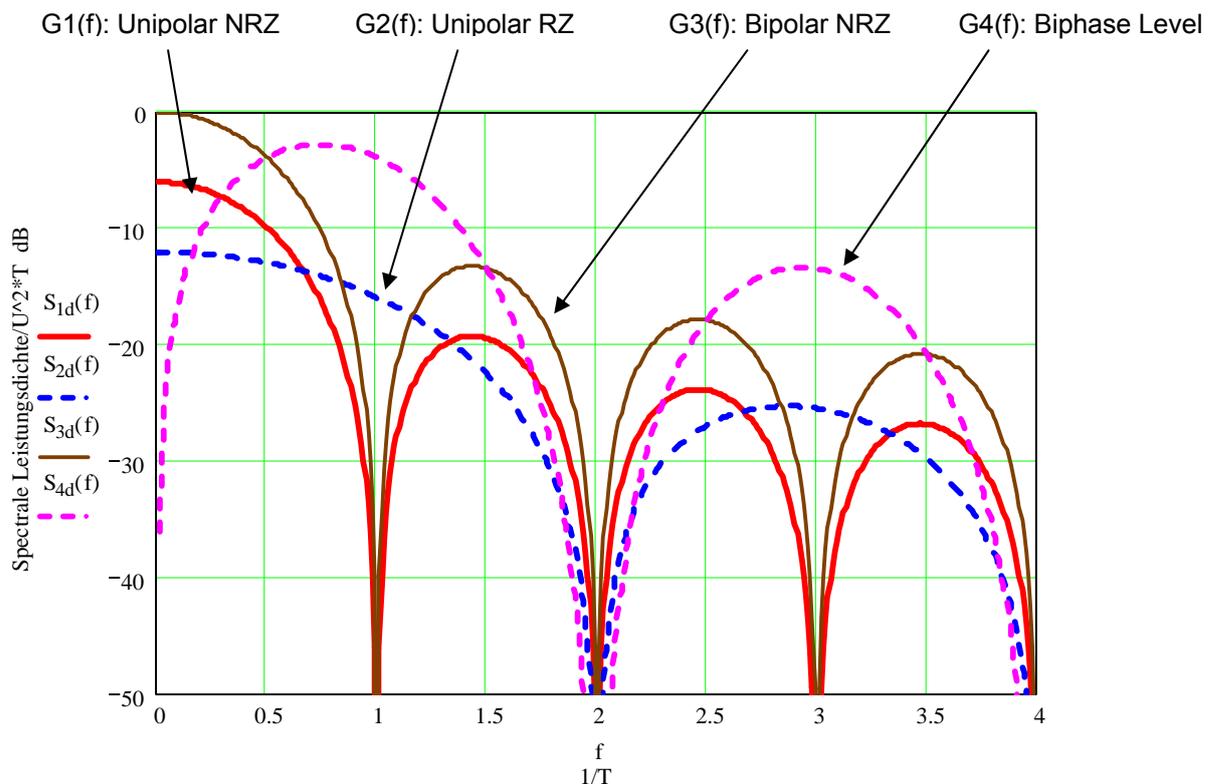
$$B_N = \frac{1}{T_b}$$

T_b = Nutzdatenbitdauer

Gegenüberstellung der verschiedenen Codes

Code	Nyquist-Bandbreite	Vorteile	Nachteile
NRZ unipolar	$B_N = \frac{1}{2T_b}$	<ul style="list-style-type: none"> Einfacher Code 	<ul style="list-style-type: none"> Taktrückgewinnung bei langen „0“- oder „1“-Sequenzen nicht möglich DC-Komponente
NRZ bipolar	$B_N = \frac{1}{2T_b}$	<ul style="list-style-type: none"> Einfacher Code Keine DC-Komponente, sofern Häufigkeit von „1“ gleich wie „0“ 	<ul style="list-style-type: none"> Taktrückgewinnung bei langen „0“- oder „1“-Sequenzen nicht möglich DC-Komponente
RZ unipolar	$B_N = \frac{1}{T_b}$	<ul style="list-style-type: none"> Taktrückgewinnung eher möglich als bei NRZ 	<ul style="list-style-type: none"> Taktrückgewinnung bei langen „0“-Sequenzen nicht möglich DC-Komponente Doppelte Bandbreite gegenüber NRZ
Biphase	$B_N = \frac{1}{T_b}$	<ul style="list-style-type: none"> Einfache Taktrückgewinnung Keine DC-Komponente 	<ul style="list-style-type: none"> Doppelte Bandbreite gegenüber NRZ

Spektrale Leistungsdichte



Bitfehlerhäufigkeit (BER Bit Error Rate)

Die BER ist definiert als

$$\text{BER} = \frac{n_e}{n_{\text{tot}}}$$

n_e = Anzahl Fehlerbit

n_{tot} = Anzahl total übertragener Bit

Bsp:

Wird bei einer Übertragung von 10'000 Bit ein fehlerhaftes Bit gemessen, beträgt die BER = 10^{-4}

Die Länge einer PRBS-Sequenz bestimmt die minimale BER die gemessen werden kann:

$$\text{BER}_{\text{min}} = \frac{1}{n}$$

n = Länge der PRBS in Bit

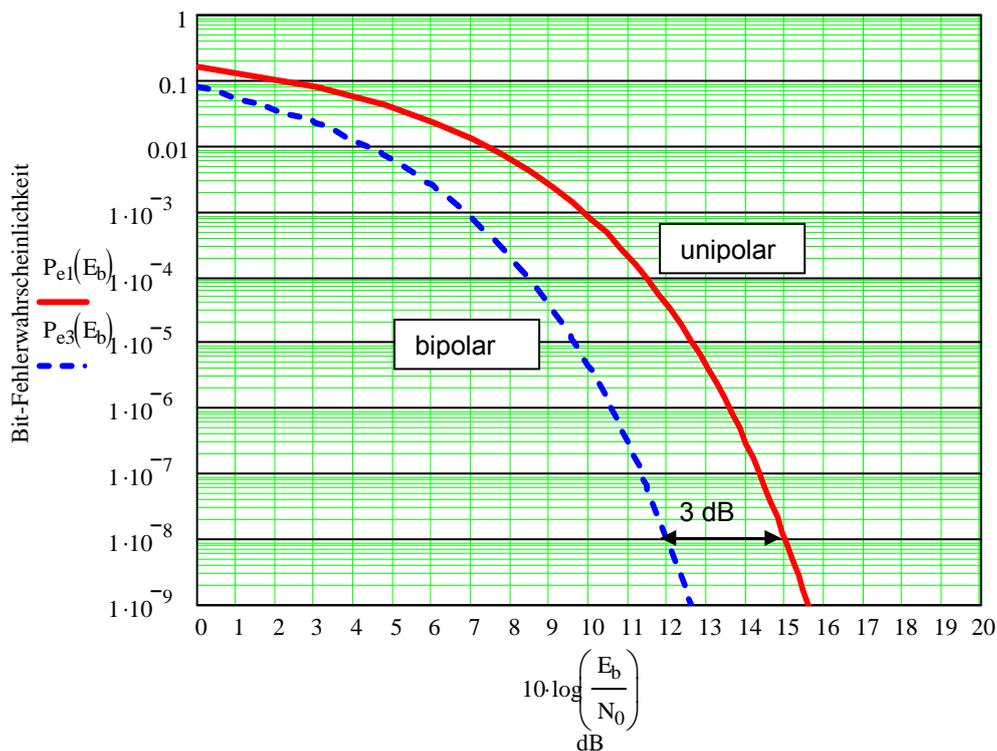
Bsp:

Bei einer PRBS von $n = 2^{15} - 1$ ist die minimale BER die gemessen werden kann

$$\text{BER}_{\text{min}} = \frac{1}{2^{15} - 1} = 3.05 \cdot 10^{-5}$$

Fehlerwahrscheinlichkeit verschiedener Codes

Die angegebene Bitfehlerwahrscheinlichkeit gilt bei Störungen mit „Additive White Gaussian Noise“. Die sonstigen Randbedingungen sind ideal.



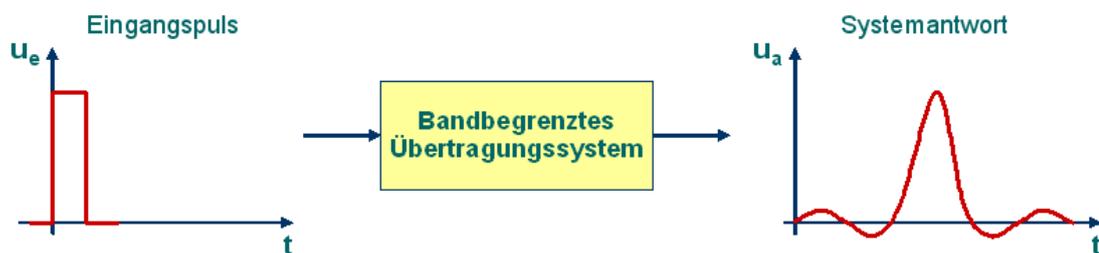
ISI Inter Symbol Interference

Bei der Übertragung von Pulsen durch ein bandbegrenzes System werden die Pulse verzögert und die Einschwing- und Überschwingvorgänge eines Symbols können in den Zeitschlitz des nachfolgenden Symbols fallen.

Dies führt zu Intersymbol Interferenz (ISI) und erschwert die Bestimmung des Symbols auf der Empfangsseite.

Abhilfe: grössere Bandbreite → viele Nachteile

Ziel: Möglichst kleine Bandbreite bei kleiner ISI



Bei einer digitalen Basisbandübertragung werden laufend Pulse (= **Symbole**) übertragen. Fallen nun die Ein- und Ausschwingvorgänge des einen Symbols in ungünstiger Art auf die benachbarten Symbole, so erschwert das die Bestimmung des Symbols auf der Empfangsseite.

Nyquist Kriterien für ISI-Auslöschung

Nyquist hat festgehalten:

In einem ISI-freien Kanal (Sender-Empfänger) müssen zum Abtastzeitpunkt alle Symbolantworten null sein, mit Ausnahme des momentanen Symbols.

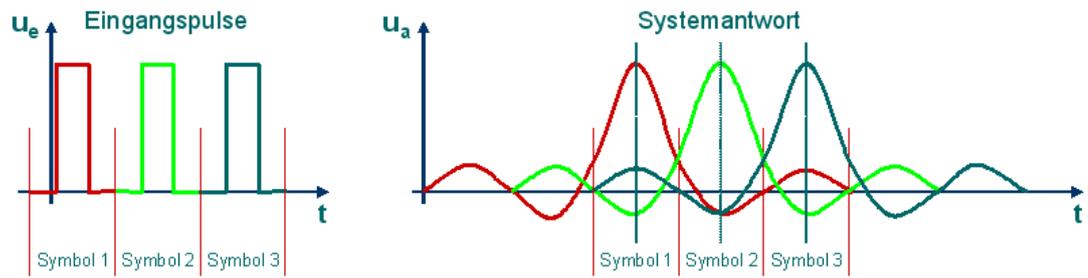
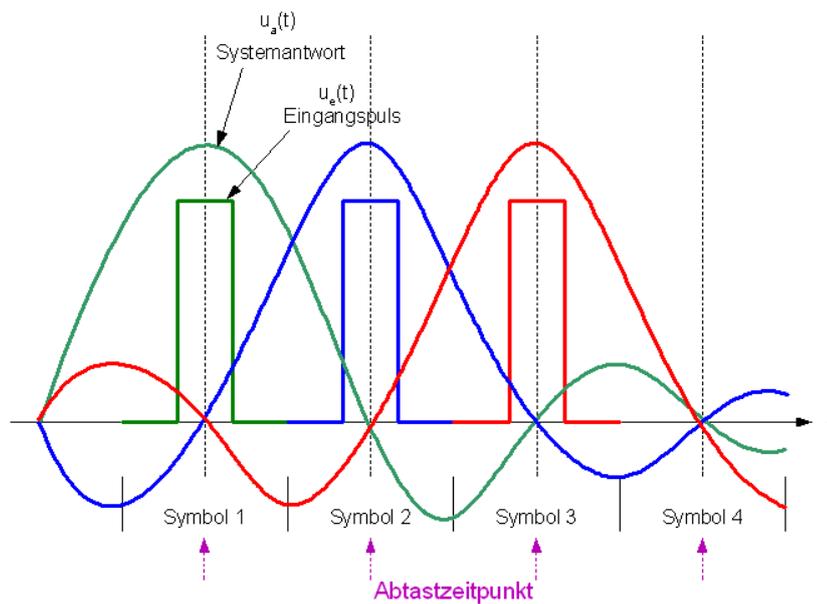
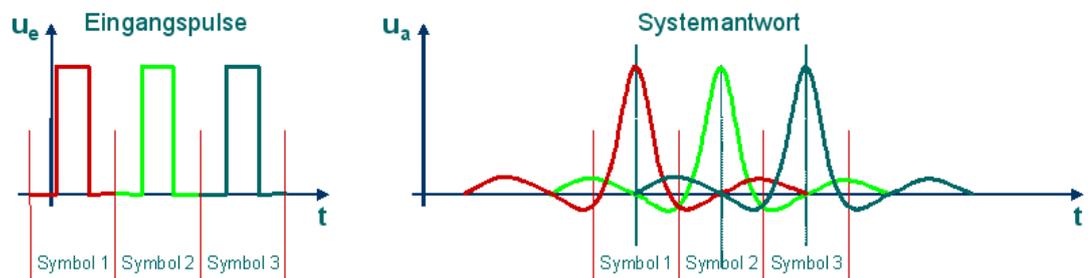
$$h_{\text{eff}}(n \cdot T_s) = \begin{cases} K & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

h_{eff} = Pulsantwort

$n = 0, 1, \dots, n$

T_s = Symbolperiode

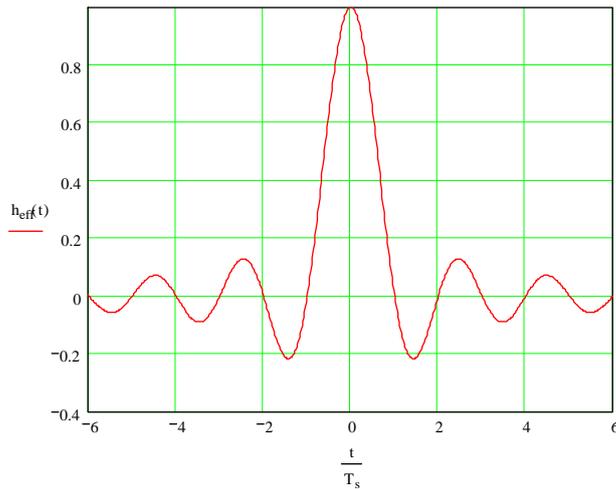
K = Konstante ($\neq 0$)

Übertragung **mit** Intersymbol-Interferenzen:Übertragung **ohne** Intersymbol-Interferenzen:

ISI-freie Impulsantwort

Bsp:

$$h_{\text{eff}}(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s}}$$



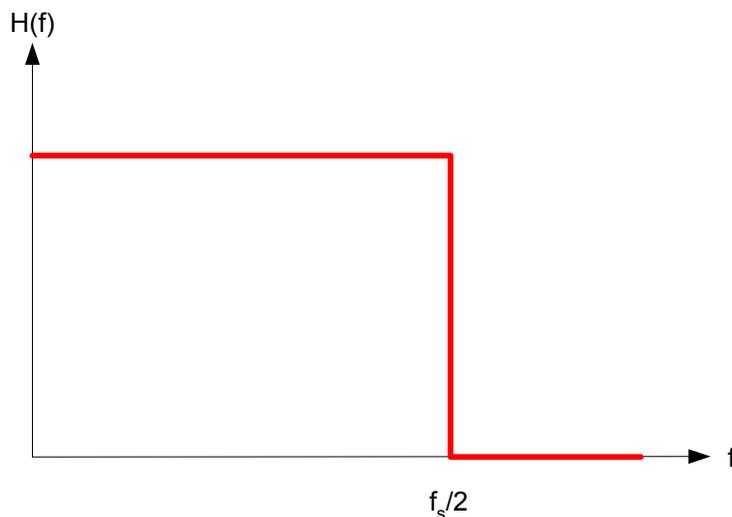
Diese Impulsantwort entspricht dem Nyquist-Kriterium.

Die Übertragungsfunktion $H(f)$ die ein ISI-freier Kanal aufweisen muss, kann durch Fouriertransformation aus $h(t)$ gewonnen werden.

$$H_{\text{eff}}(f) = \frac{1}{f_s} \text{rect} \frac{f}{f_s}$$

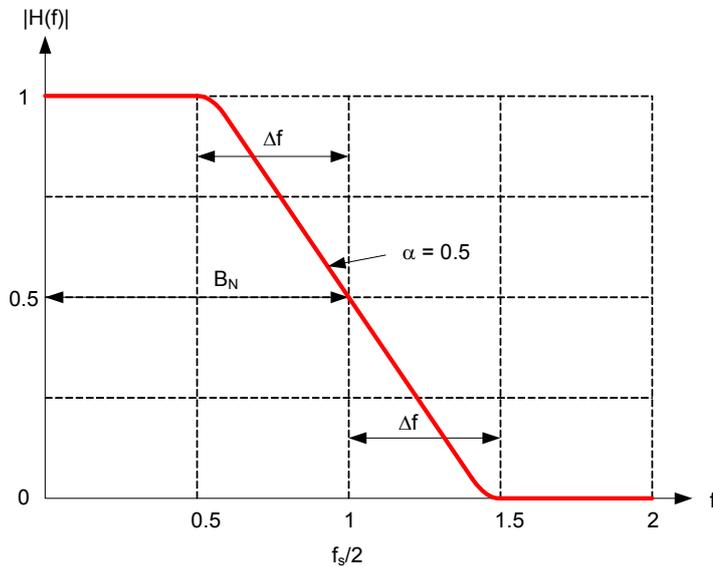
f_s = Symbolfrequenz

Diese Übertragungsfunktion hat eine „Ziegelstein“-Charakteristik:



Reale Tiefpassfilter deren Impulsantwort Nullstellen im Abstand von $n \cdot T_s$ aufweisen, können nach der sogenannten 1. Nyquistbedingung mit Filtern mit punktsymmetrischer Flanke (Nyquistflanke) realisiert werden. Der Symmetriepunkt liegt bei der Nyquistfrequenz $f_s/2$. Der Übergangsbereich wird durch den Roll-Off-Faktor α bestimmt.

$$\alpha = \frac{\Delta f}{B_N}$$



Damit in einem realen System die ISI möglichst klein ist, muss $h(t)$

- Schnell abfallen
- Kleine Amplitude in der Nähe von $n \cdot T_s$ ($n \neq 0$) aufweisen.

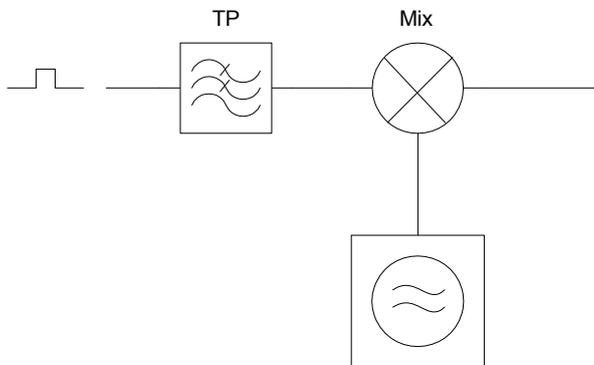
Filter, die das Nyquist-Kriterium erfüllen, werden Nyquist-Filter genannt.

Eine effektive Ende-Ende Übertragungsfunktion $H_{\text{eff}}(f)$ wird vielfach realisiert, indem der Sender und der Empfänger je eine Übertragungsfunktion von $\sqrt{H_{\text{eff}}(f)}$ aufweisen.

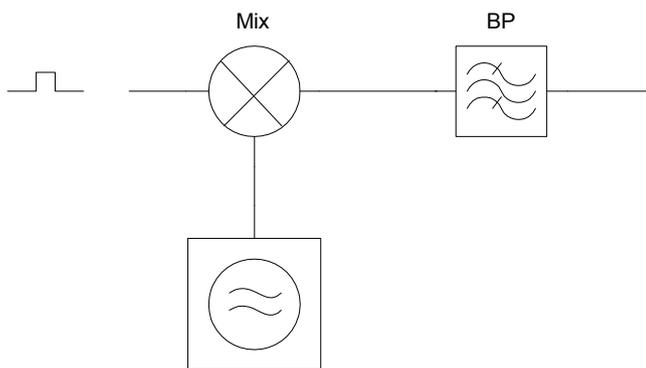
Filterung

Um die Bandbreite in einem Übertragungssystem zu begrenzen, muss im Sendepfad das Spektrum gefiltert werden. Grundsätzlich stehen hier zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

Basisbandfilterung (Impulsformung):



Bandfilterung nach der Modulation:



Die Filterung nach der Modulation erfordert wegen der kleinen relativen Bandbreite sehr hohen Filteraufwand und kann daher nur bei festen Zwischenfrequenzen realisiert werden, bei denen hochwertige Quarz- oder OWF-Filter eingesetzt werden können. In der Praxis werden meist beide Möglichkeiten kombiniert angewendet.

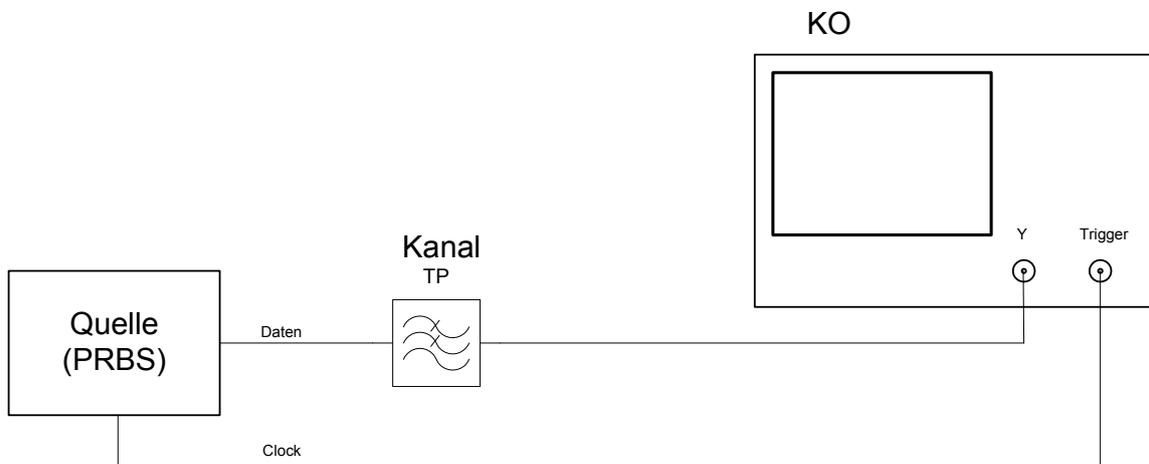
Typische ISI-freie oder ISI-arme Filtertypen die hier verwendet werden sind:

- Gauss-Filter
- Raised-Cosine-Filter

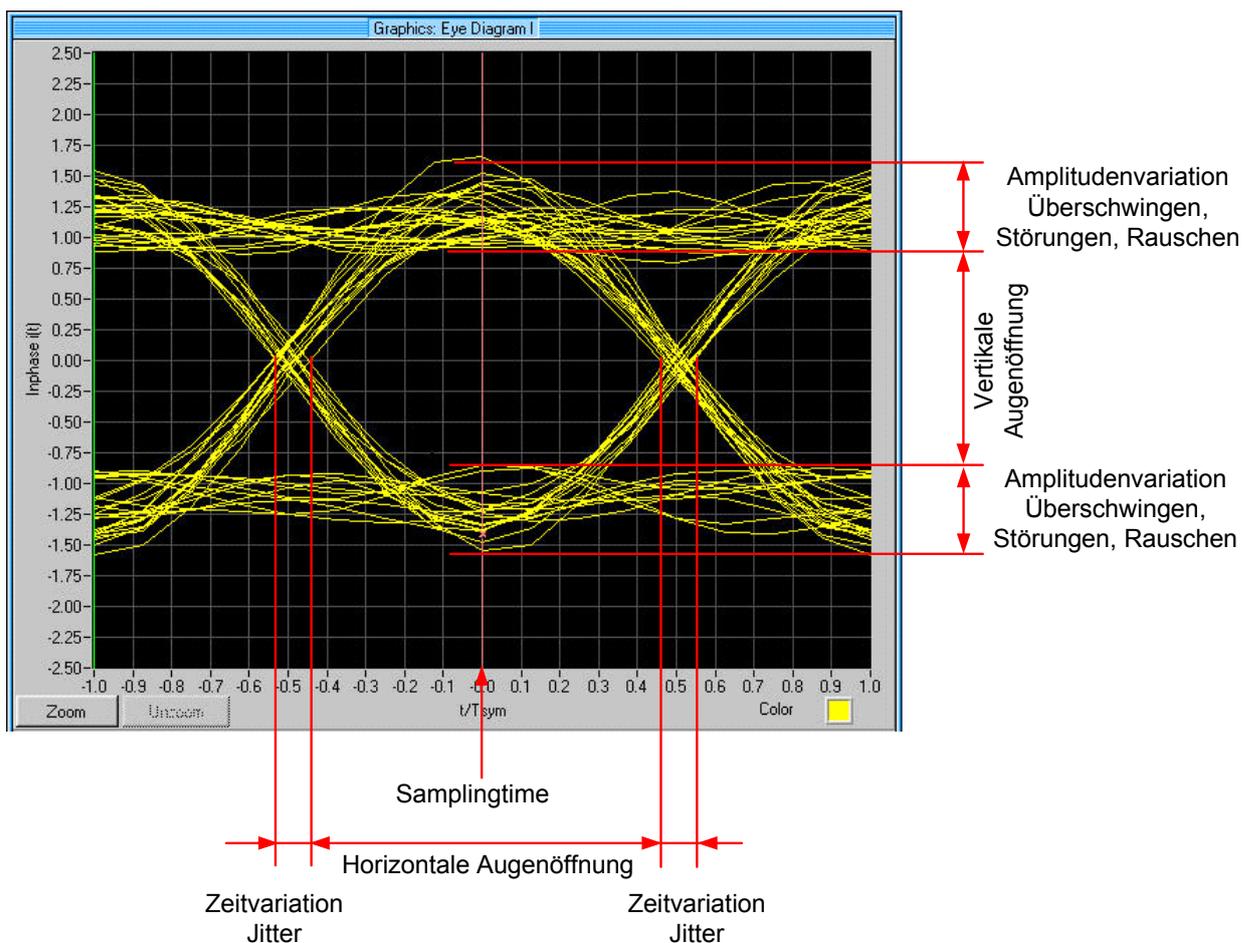
Beide Filter sind im Skript „Filter“ beschrieben.

Augendiagramm

Die Qualität einer digitalen Übertragung kann leicht mit dem **Augendiagramm** beurteilt werden. Dabei sind neben Intersymbol-Interferenzen auch Störungen durch Rauschen sowie Jitter (Phasenschwankungen) gut erkennbar.



Messaufbau



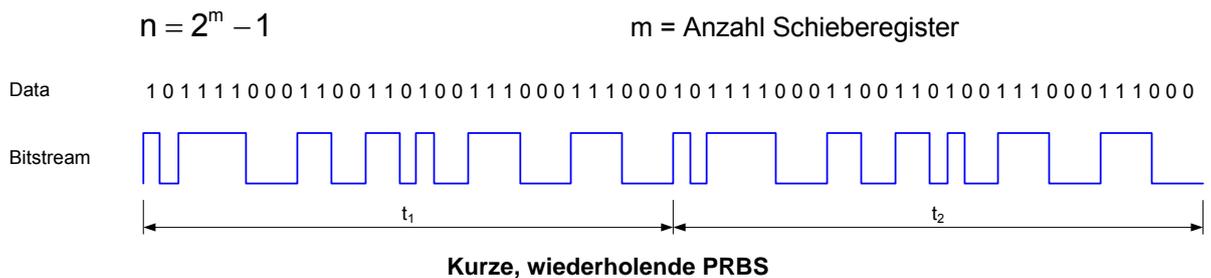
Bei einer guten Übertragungsqualität sollte das Augendiagramm in Symbolmitte (= Abtastzeitpunkt) eine möglichst grosse Augenöffnung aufweisen. Das gezeigte Augendiagramm weist starke Intersymbol-Interferenzen und Rauschen auf.

Pseudozufällige Bitfolgen (PRBS = Pseudo Random Bit Sequence)

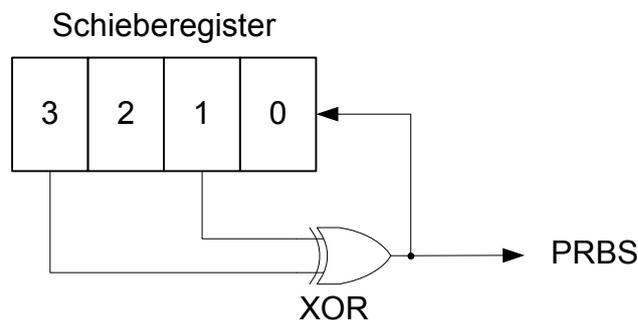
Zur Untersuchung von digitalen Übertragungssystemen wird um ein homogenes Spektrum zu erhalten, eine PRBS verwendet. In einem analogen System entspricht die PRBS einem rosa Rauschen, bei dem alle Frequenzkomponenten von 0 bis zu einer bestimmten Frequenz vorhanden sind.

Bei einer PRBS müssen alle Bitsequenzen zwischen ...00000... und ...010101... erzeugt werden, wobei die Wahrscheinlichkeit einer „1“ genau so gross ist wie die Wahrscheinlichkeit einer „0“.

PRBS werden mit Hilfe rückgekoppelter Schieberegister realisiert. Die pseudozufällige Sequenz hat eine Länge von n Bits. Danach wiederholt sich die Bitfolge.



Die untenstehende Schaltung erzeugt eine PRBS von 7 Bit Länge. Die Bitfolge ist ...0100111... und enthält alle Kombinationen die mit 3 Bit möglich sind.



Die Spektralanalyse zeigt einzelne diskrete Spektrallinien im Abstand Δf von

$$\Delta f = \frac{1}{n} f_b$$

$n =$ Länge der PRBS in Bit

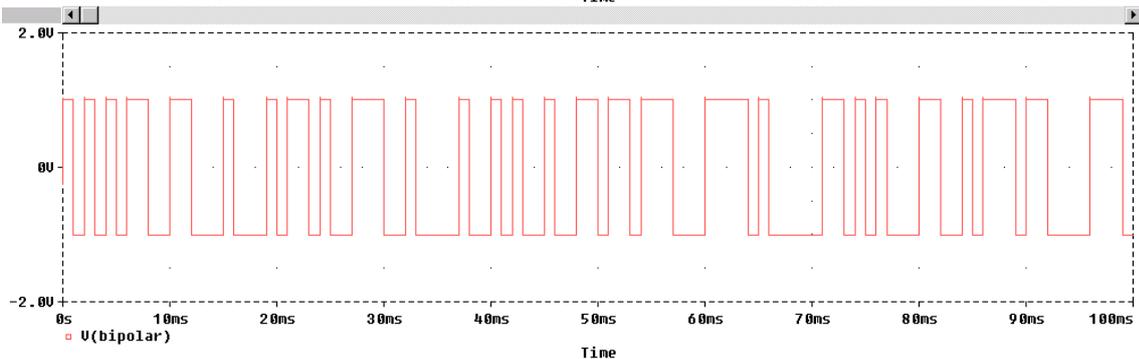
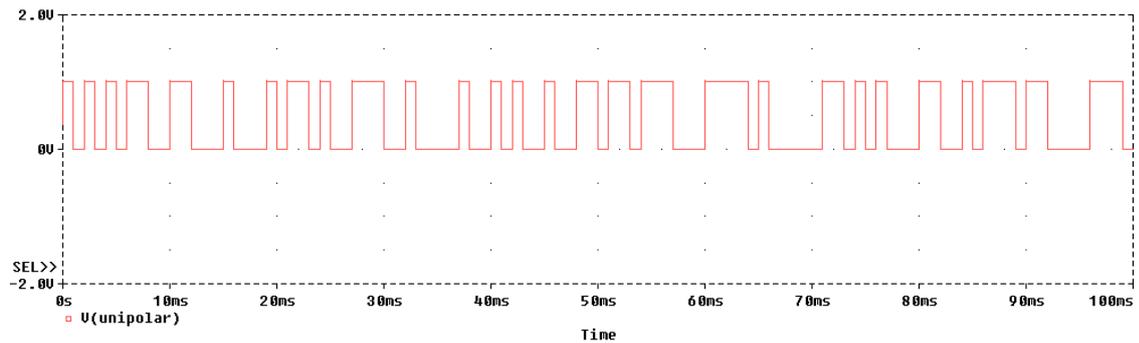
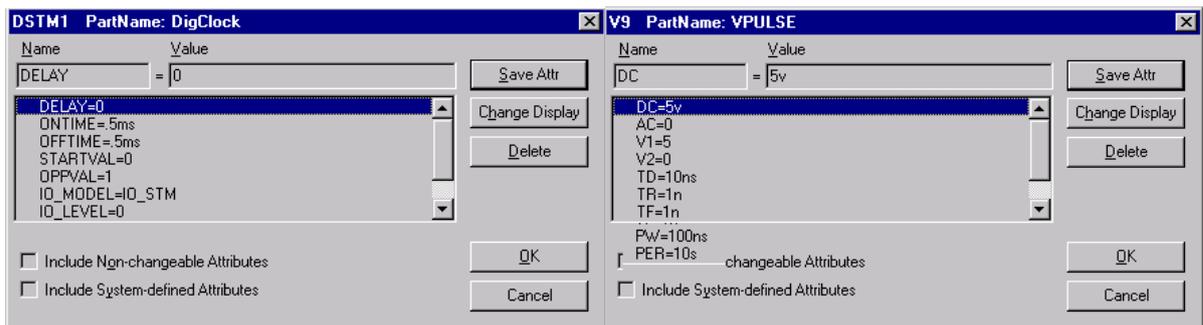
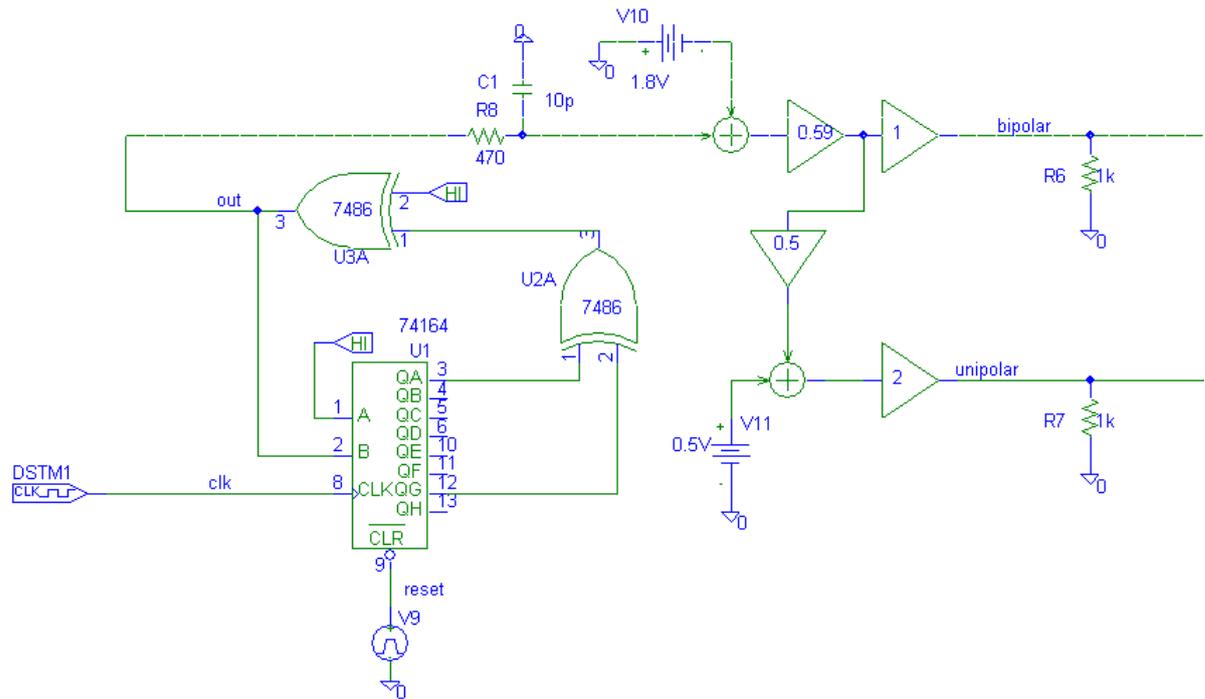
$$f_b = \text{Bitfrequenz} = \frac{1}{T_b}$$

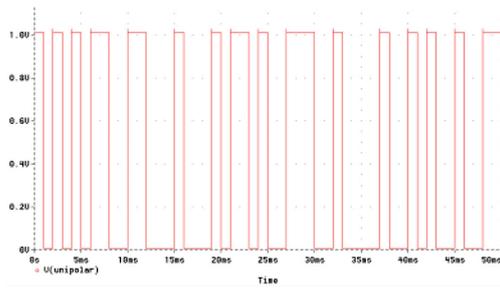
$T_b =$ Bitdauer in s

Dies zeigt, dass für n gegen unendlich das Spektrum in ein kontinuierliches Spektrum übergeht.

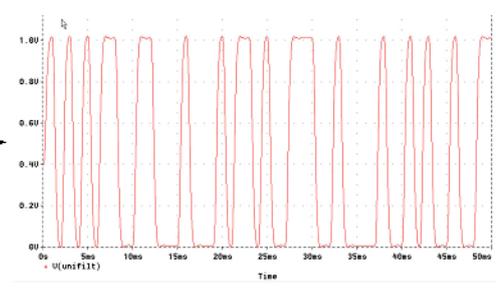
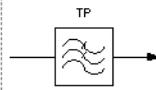
In praktischen Anwendungen werden PRBS mit einer Länge von 511 Bit und mehr verwendet.

PRBS-Generator in PSPICE mit unipolarem und bipolarem Ausgang:

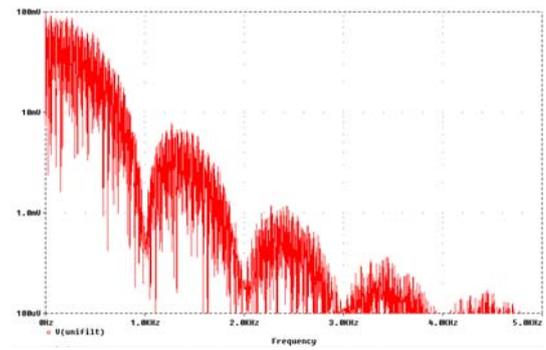
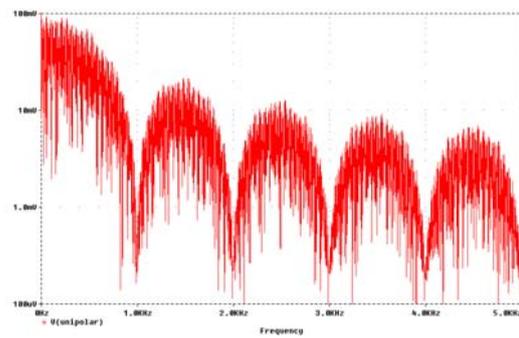




Basisbandsignal ungefiltert



Basisbandsignal gefiltert



1.2 Modulationsmöglichkeiten eines sinusförmigen Trägers

Wir beschreiben ein sinusförmiges Hochfrequenzsignal mit

$$u_c(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \theta)$$

$A = \hat{u}_c =$ Amplitude (Spitzenwert)

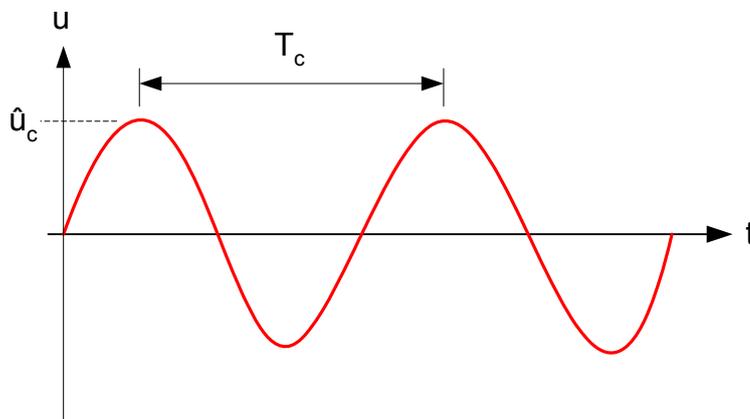
$\omega_c =$ Kreisfrequenz des Trägers

$\theta =$ Phasenverschiebung (konstant)

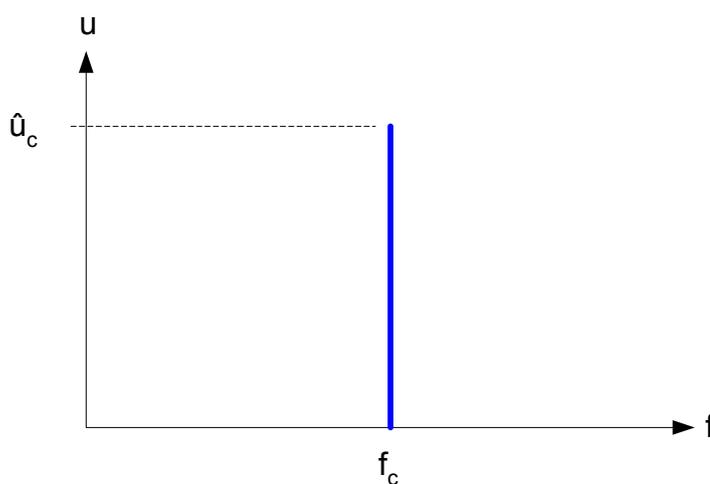
$t =$ Zeit

Hier haben wir drei Möglichkeiten zur Modulation: A , ω_c , θ

Darstellung des Sinussignals in verschiedenen Bereichen:

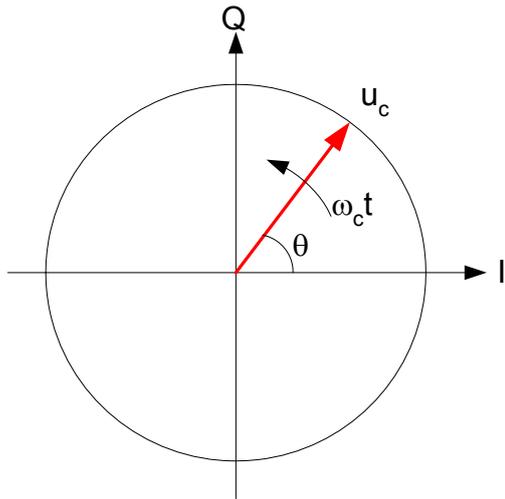


Sinussignal im Zeitbereich



Sinussignal im Frequenzbereich

Im **Phasenzustandsdiagramm** wird dieses Signal als Zeiger dargestellt.



I = In-Phase-Komponente

Q = Quadratur-Phase-Komponente

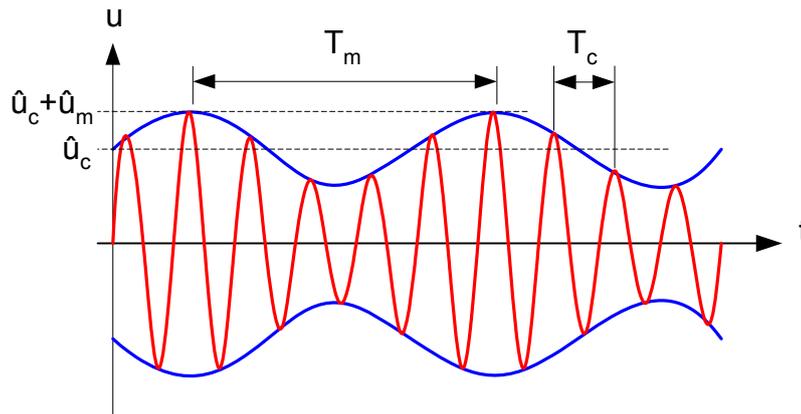
Sinussignal im Phasenbereich

1.2.1 Amplitudenmodulation

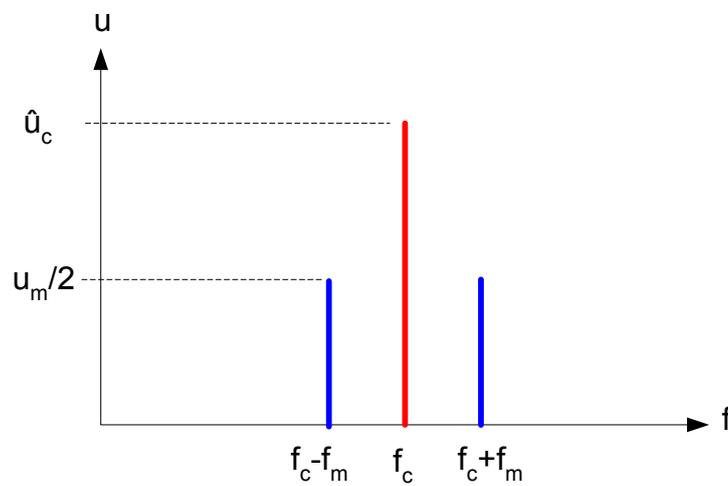
Die Amplitude A wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst.

$$A(t) = f(u_m(t)) = \hat{u}_c + u_m(t) = \hat{u}_c + \hat{u}_m \cos(\omega_m t)$$

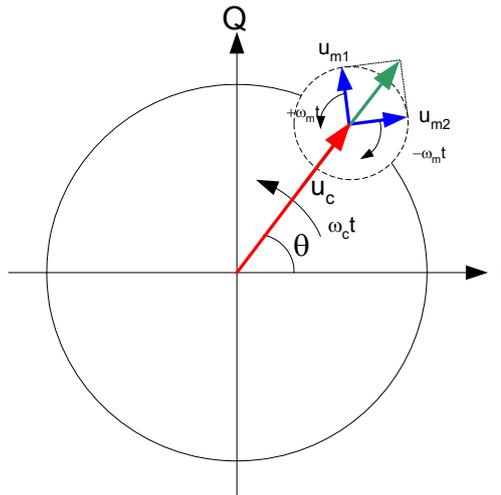
$$u_{AM}(t) = A(t) \cos(\omega_c t + \theta)$$



Amplitudenmoduliertes Signal im Zeitbereich



Amplitudenmoduliertes Signal im Frequenzbereich



Amplitudenmoduliertes Signal im Phasenbereich

1.2.2 Winkelmodulation (Frequenz- und Phasenmodulation)

Frequenzmodulation:

Die Trägerfrequenz ω_c wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst:

$$\omega_c(t) = f(u_m(t))$$

Phasenmodulation:

Die Trägerphase θ_c wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst:

$$\theta_c(t) = f(u_m(t))$$

Der gesamte momentane Phasenwinkel des Trägers ist

$$\phi_c(t) = \omega_c(t) \cdot t + \theta_c(t)$$

Die momentane Kreisfrequenz des Trägers ist gegeben durch

$$\omega_c(t) = \frac{d\phi_c(t)}{dt}$$

Damit können wir für die Winkelmodulation schreiben

$$u_c(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \eta \cdot \sin(\omega_m t))$$

$\eta =$ Spitzenwert von $\theta(t) =$ Modulationsindex

Daraus erhalten wir die Momentanfrequenz

$$f(t) = \frac{\omega_c}{2\pi} + \frac{\eta\omega_m}{2\pi} \cos(\omega_m t)$$

und mit $\Delta f = \eta f_m$ $\eta = \frac{\Delta f}{f_m}$

$$u_c(t) = A \cdot \cos\left(\omega_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(\omega_m t)\right)$$

Für die Spektralbetrachtung müssen die Fourierkoeffizienten bestimmt werden aus

$$\begin{aligned} u_c(t) &= A \cdot \cos(\omega_c t + \eta \cdot \sin(\omega_m t)) \\ &= A \left[\cos(\omega_c t) \cos(\eta \cdot \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_c t) \sin(\eta \cdot \sin(\omega_m t)) \right] \end{aligned}$$

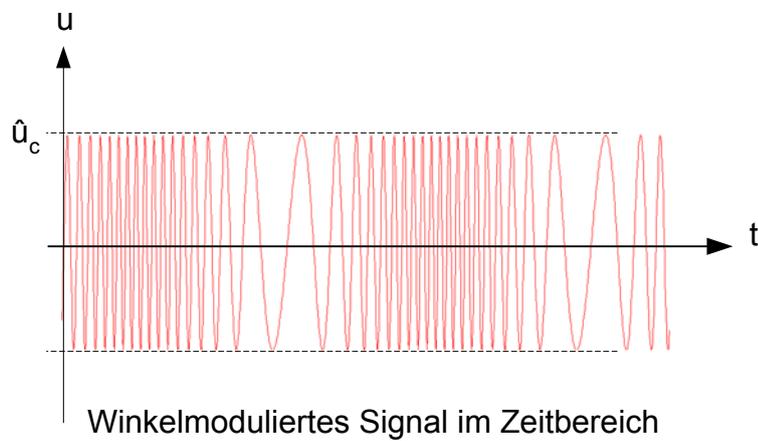
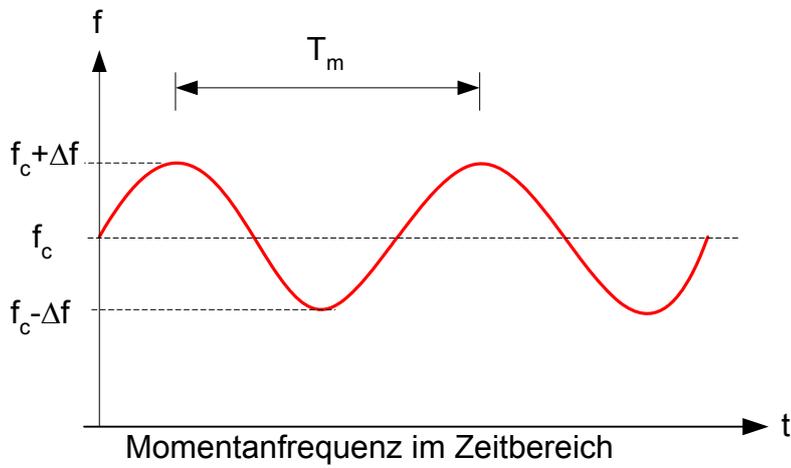
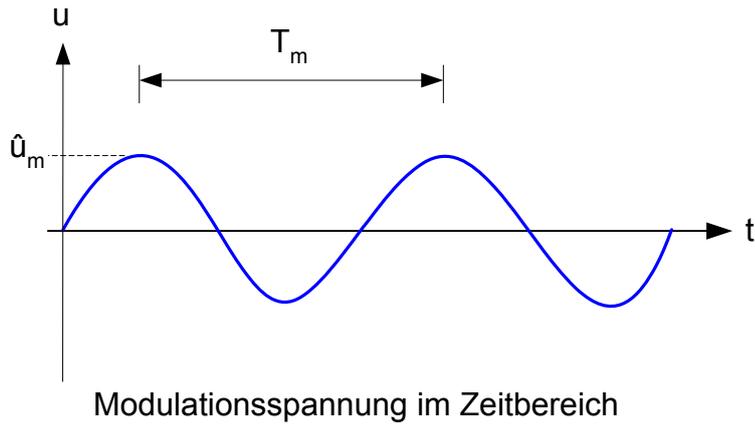
Für die gerade Funktion $\cos(\omega_c t) \cos(\eta \cdot \sin(\omega_m t))$ erhalten wir:

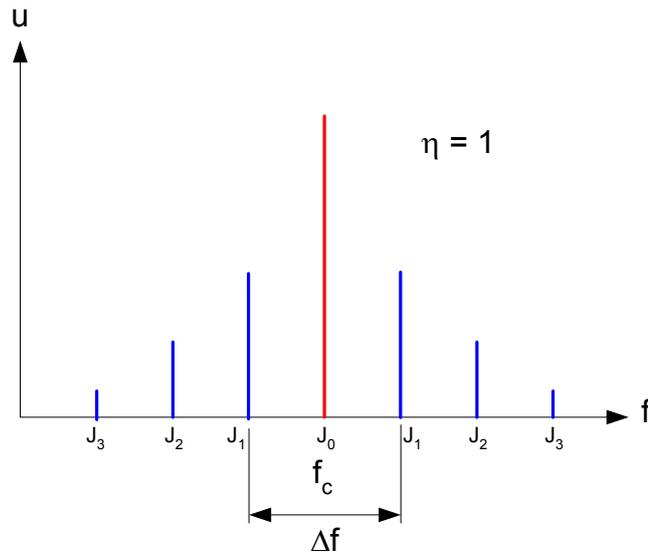
$$J_0(\eta) + 2J_2(\eta) \cos(2\omega_m t) + 2J_4(\eta) \cos(4\omega_m t) + \dots + 2J_{2n}(\eta) \cos(2n\omega_m t)$$

und für die ungerade Funktion $\sin(\omega_c t) \sin(\eta \cdot \sin(\omega_m t))$:

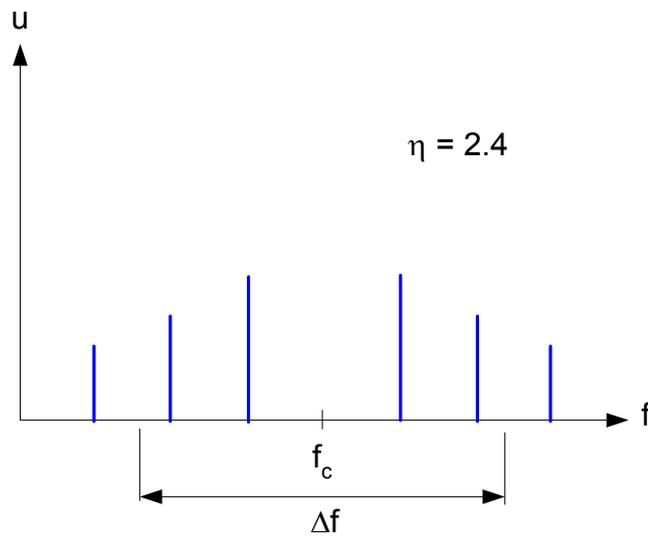
$$2J_1(\eta) \sin(\omega_m t) + 2J_3(\eta) \sin(3\omega_m t) + 2J_5(\eta) \sin(5\omega_m t) + \dots + 2J_{2n-1}(\eta) \sin((2n-1)\omega_m t)$$

J_i = Besselfunktion erster Art der Ordnung i

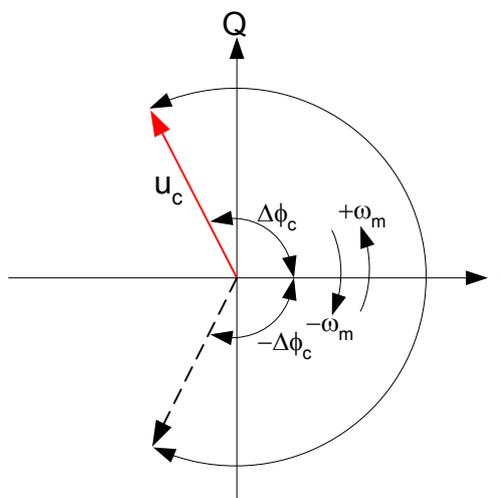




Winkelmoduliertes Signal im Frequenzbereich



Winkelmoduliertes Signal im Frequenzbereich



1.3 Digitale Modulation eines sinusförmigen Trägers

Sinusförmige Träger lassen sich grundsätzlich nach den gleichen drei Möglichkeiten modulieren wie analoge Modulationssignale:

- Amplitudentastung (Amplitude Shift Keying ASK)
- Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)
- Phasenumtastung (Phase Shift Keying PSK)

Bei allen drei Grundarten sind verschiedene Varianten möglich.

1.3.1 Amplitudentastung

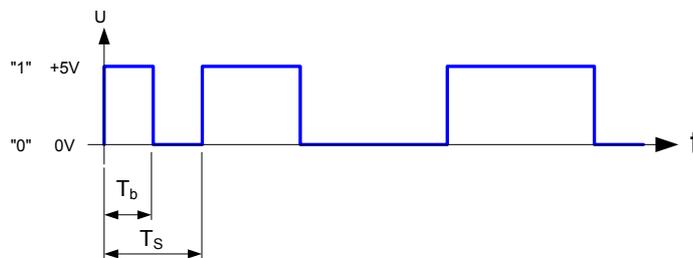
Mit dem binären Modulationssignal $b(t)$ wird die Amplitude des Trägers zwischen zwei diskreten Amplitudenwerten umgetastet. Beim sogenannten „On-Off-Keying“ (OOK) wird der Träger ein- und ausgeschaltet.

Die Amplitudentastung wird nur in sehr einfachen Systemen, z.B. Keyless-Entry-Anlagen, verwendet und hat für die Übertragung von digitalen Basisbandsignalen in komplexeren Systemen keine grosse Bedeutung.

Das binäre Signal bestehend aus einem seriellen Bitstrom von „0„ und „1“ können wir wie folgt beschreiben:

$$b(t) = \begin{cases} +1 & \text{„1“} \\ 0 & \text{„0“} \end{cases}$$

Die Amplitude von $b(t)$ wird normiert auf die Maximalspannung (+5V) angegeben.



Die Bitrate wird in bit/s angegeben und beträgt $r_b = \frac{1 \text{ bit}}{T_b}$

Die Bitrate ist dem Zahlenwert nach identisch mit der Bitfolgefrequenz oder Bittaktfrequenz

$$f_b = \frac{1}{T_b}$$

Die Niquistbandbreite (minimal notwendige Bandbreite um eine 0101 Bitfolge zu übertragen) beträgt

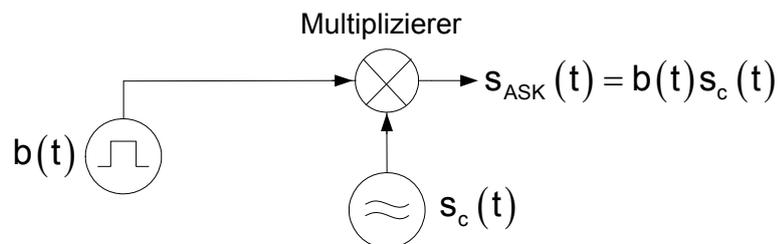
$$B_N = \frac{1}{2T_b} = \frac{1}{2} f_b$$

Den Träger beschreiben wir mit

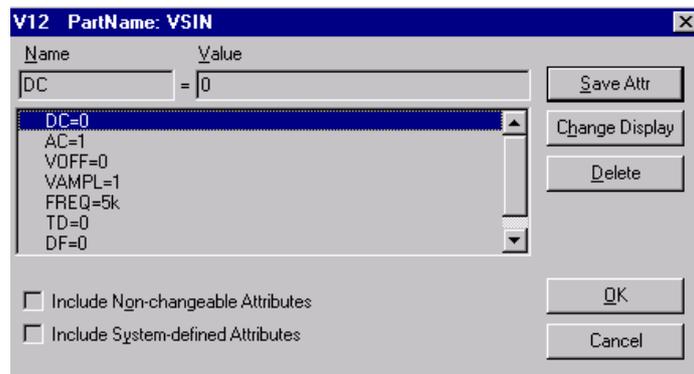
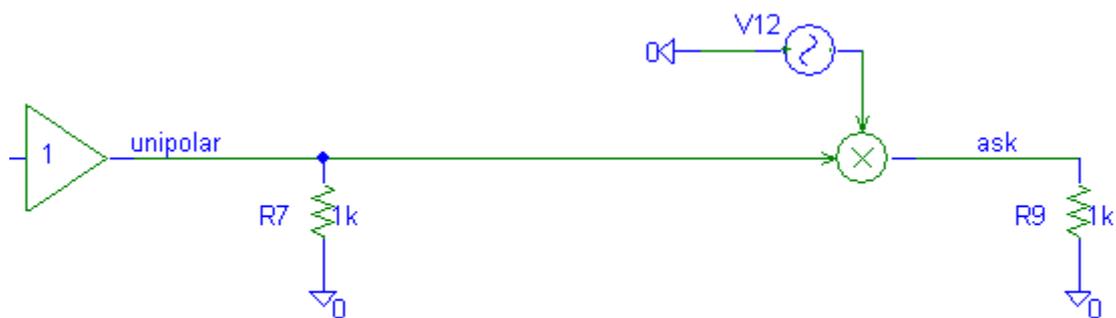
$$s_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$

Das modulierte Signal ist

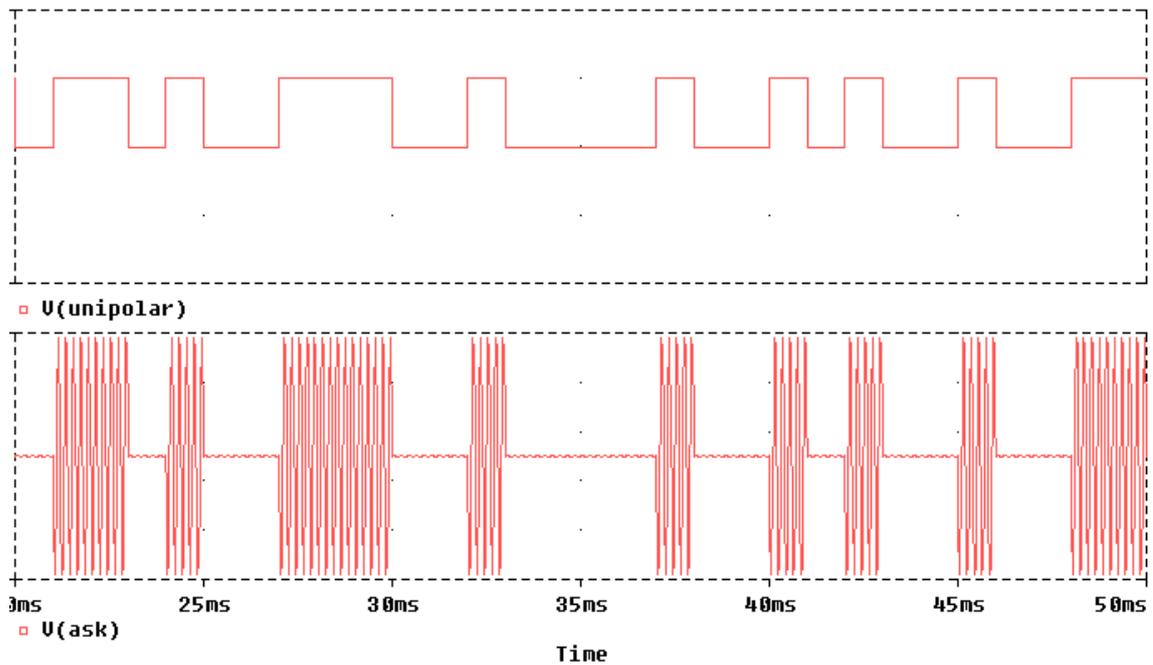
$$u_{\text{ASK}}(t) = b(t)s_c(t) = b(t)\hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$



ASK-Modulation mit Multiplizierer



ASK-Modulation mit Multiplizierer (PSPICE-Schema)

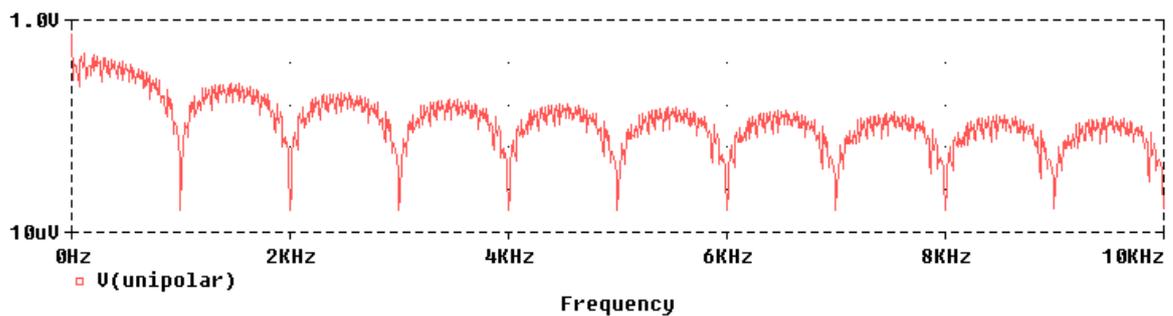


ASK- (OOK) moduliertes Signal im Zeitbereich ($T_b = 1 \text{ ms}$)

Das Spektrum des modulierten Signals erhält man durch Faltung (Multiplikation der Fourier-Reihenentwicklung) des Binärsignals mit dem Träger.

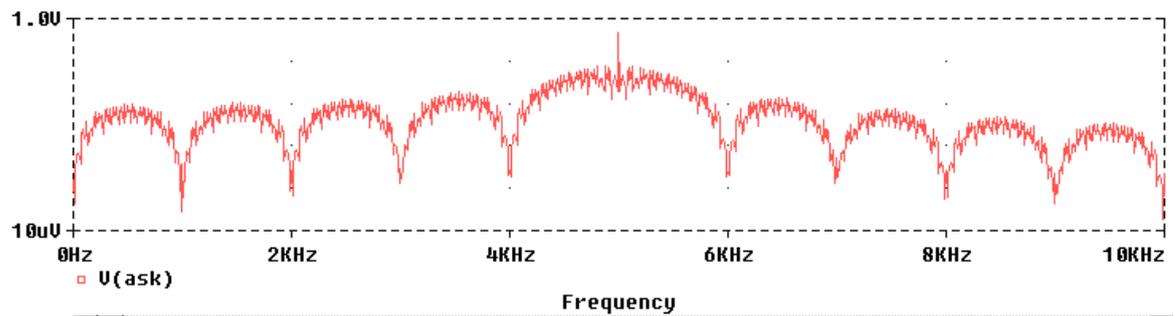
$$s(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) - \frac{1}{3} \cos\left(\frac{3 \cdot 2\pi t}{T_s}\right) + \dots \right] \right\}$$

Vereinfachend wurde hier als Modulationssignal eine 1-0-Folge mit einer Periodendauer von $T_s = 2 T_b$ angenommen.



Spektrum des Binärsignals (PRBS $T_b = 1 \text{ ms}$)

Das Spektrum des modulierten Signals ist symmetrisch zum Träger:



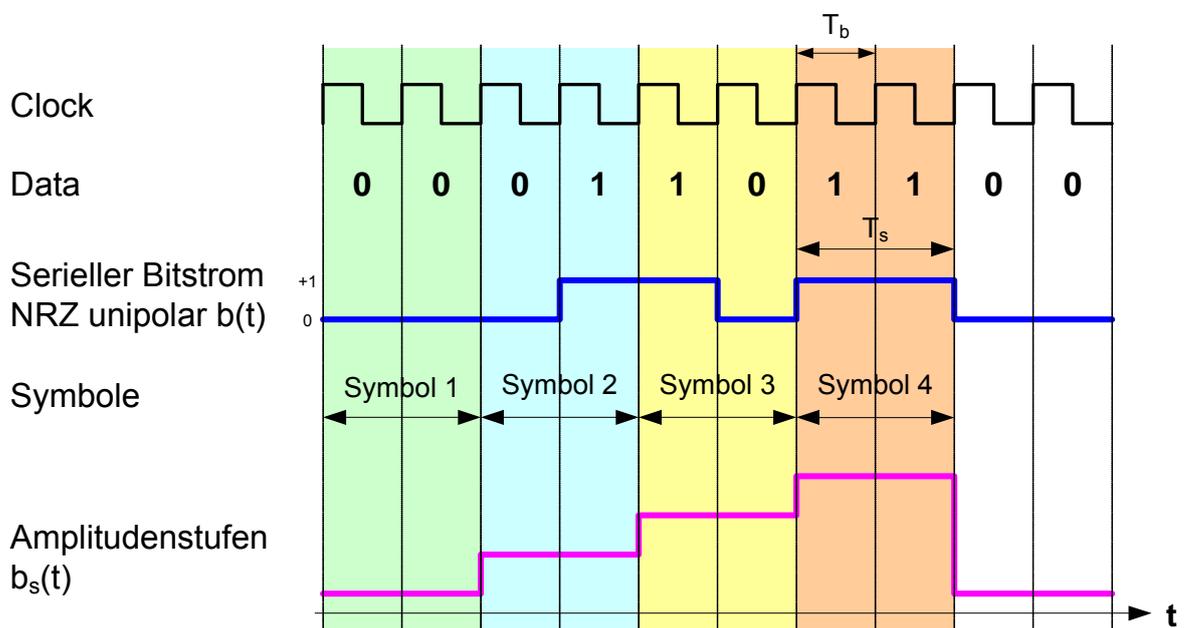
Spektrum eines mit einer PRBS modulierten 5kHz-Trägers ($T_b = 1 \text{ ms}$)

Amplitudentastung kann auch mehrwertig mit m -Signalzuständen (m -ary ASK, m ASK) ($m = 2, 4, 8, \dots, 2^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$) vorgenommen werden. Der Träger wird dabei durch ein m -stufiges Basisbandsignal mit der Symbolrate $r_s = \frac{1}{T_s}$ moduliert. Es werden n Bits zu m Symbolen

zusammengefasst. Im Modulationsintervall $kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$ wird jedem Symbol des Basisbandes eine diskrete Amplitudenstufe des Trägers zugeordnet.

Beispiel:

Mit $n=2$ erhalten wir $2^n = 4$ Symbole.



Bit	Symbol
00	Symbol 1
01	Symbol 2
10	Symbol 3
11	Symbol 4

In der deutschen Literatur wird an Stelle von Symbol auch die Bezeichnung „Dibit“ verwendet, wenn ein Symbol zwei Bits zusammenfasst.

Der serielle Bitstrom wird durch Serie-Parallelwandlung und D/A-Wandlung in die gewünschten Amplitudenstufen umgesetzt. Die Zuweisung der Amplitudenstufen zu den Symbolen erfolgt willkürlich entsprechend den gewünschten Systemvorgaben und ist nicht genormt. Zum Beispiel kann folgende Zuordnung erfolgen:

$$b_s(t) = \begin{cases} 1.00V & \text{"11"} \\ 0.66V & \text{"10"} \\ 0.33V & \text{"01"} \\ 0V & \text{"00"} \end{cases}$$

Die Symbolrate r_s ist n -mal kleiner als die Bitrate und damit wird auch die Niquistbandbreite n -mal kleiner als bei der zweiwertigen ASK (OOK).

$$r_s = \frac{1}{T_s} = \frac{r_b}{n} = \frac{1\text{Bit}}{nT_b} = \frac{r_b}{\log_2 m}$$

$$B_N = \frac{1}{2T_s} = \frac{1}{2nT_b} = \frac{1}{2} \frac{f_b}{\log_2 m}$$

Die benötigte HF-Bandbreite ist wegen der Bildung zweier Seitenbänder doppelt so gross wie die Bandbreite des Basisbandsignals:

$$B_{\text{mASK}} = \frac{1}{T_s}$$

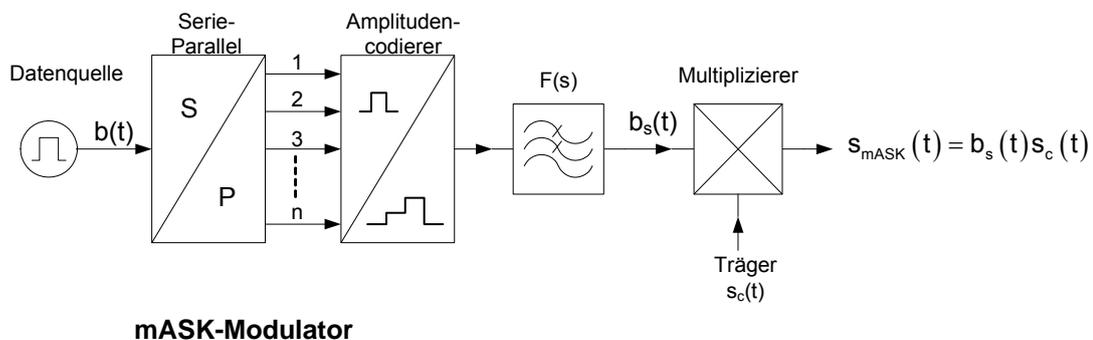
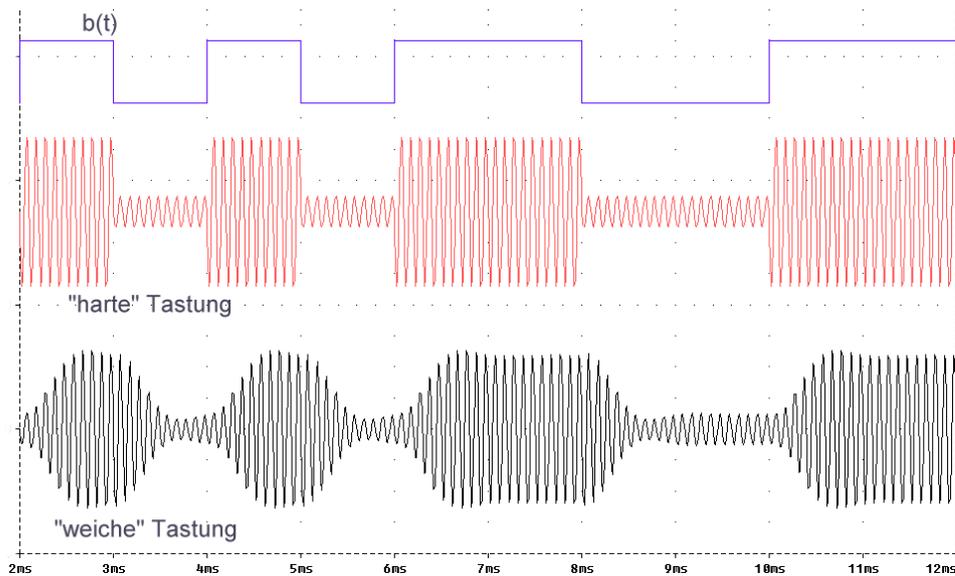
Bei Verwendung eines Raised Cosine Filters wird die benötigte HF-Bandbreite:

$$B_{\text{mASK}} = \frac{1}{T_s} (1 + \alpha) \quad \alpha = \text{Roll-off-Faktor des Filters}$$

Die **Modulation** erfolgt durch Multiplikation von $u_c(t)$ mit $b_s(t)$

$$s_{\text{mASK}}(t) = u_c(t) \cdot b_s(t)$$

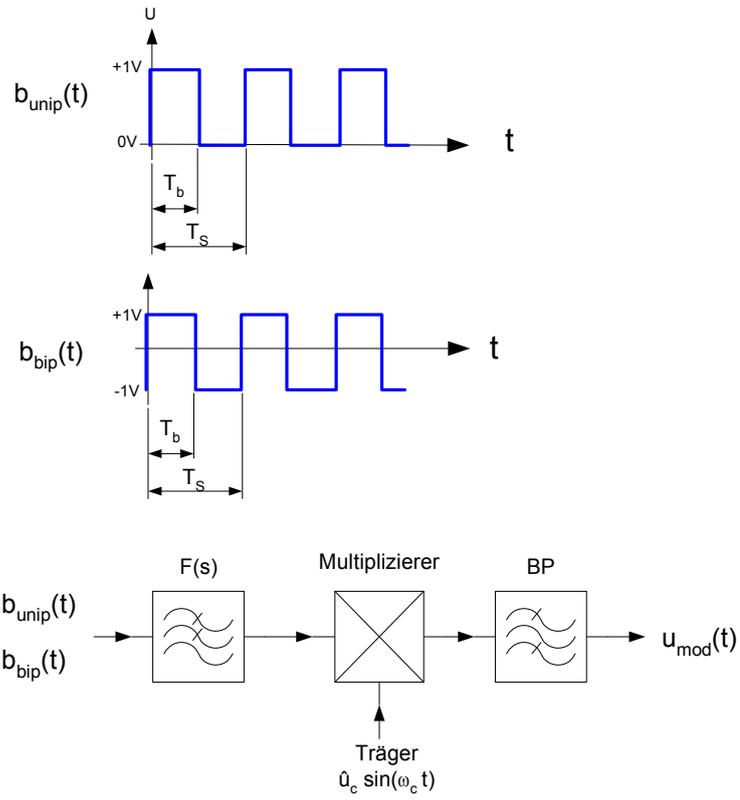
Die Hüllkurve des mASK-modulierten Signals wird durch die Impulsform des Basisbandsignals geprägt. Bei Filterung mit einem Niquistfilter sind die Signalübergänge „weich“, man spricht deshalb von „weicher Tastung“, im Gegensatz zu „harter Tastung“ bei Rechteckimpulsen.



Betrachtungen zum Multiplizierer:

In fast allen Systemen digitaler Modulation werden Multiplizierer (Mischer) für die Modulation und Demodulation verwendet. Im Modulator wird das zu übertragende Basisbandsignal nach der Impulsformung mit einem Sinusträger multipliziert. Da die Multiplikation nicht ideal realisiert werden kann, folgt am Multipliziererausgang ein Bandpassfilter um unerwünschte Mischprodukte zu unterdrücken. Enthält das zu übertragende Basisbandsignal einen Gleichspannungsanteil (unipolar), so entsteht nach der Produktmodulation im Spektrum des modulierten Signals eine Spektrallinie bei der Trägerfrequenz. Enthält das Basisbandsignal keinen Gleichanteil (Manchester), so wird der Träger unterdrückt.

Betrachtet man die Multiplikation von zwei Basisbandsignalen, eines unipolar mit Gleichanteil und eines bipolar ohne Gleichanteil, mit dem Träger, ist folgende Beschreibung möglich:



Die beiden Basisbandsignale können durch ihre Fourierreihenentwicklung angegeben werden:

$$b_{\text{unip}}(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t$$

$$b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \sin \frac{i \cdot 2\pi}{T_s} t$$

Werden diese Basisbandsignale mit dem Träger

$$u_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$

multipliziert, erhält man:

$$u_{\text{modunip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{unip}}(t) = \frac{\cos(\omega_c t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c \right) t + \sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c \right) t \right]$$

und

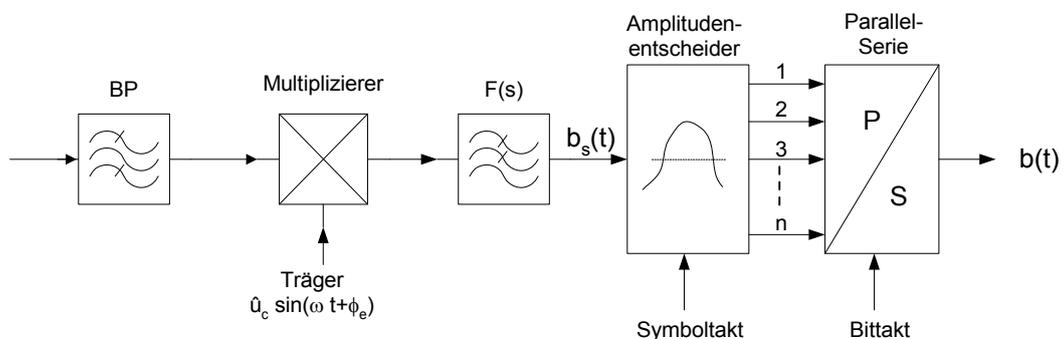
$$u_{\text{modbip}}(t) = u_c(t) \cdot b_{\text{bip}}(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2i} \left[\sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} + \omega_c \right) t + \sin \left(\frac{i \cdot 2\pi}{T_s} - \omega_c \right) t \right]$$

Beim unipolaren Basisbandsignal erscheint der Träger mit halber Amplitude und das obere und untere Seitenband.

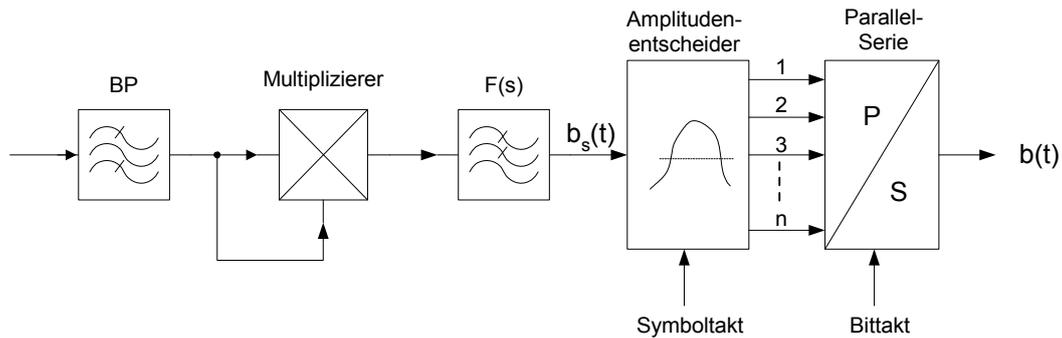
Beim bipolaren Basisbandsignal ist der Träger nicht vorhanden, sondern nur die beiden Seitenbänder.

Die **Demodulation** kann kohärent oder inkohärent erfolgen. Unter kohärent wird eine Demodulation verstanden, bei der der Demodulationsträger phasenstarr mit dem Senderträger verknüpft ist (Synchrondemodulator). Inkohärente Demodulation ist z.B. der Hüllkurvendemodulator.

Für kohärente Demodulation muss der Träger aus dem Empfangssignal rückgewonnen werden.

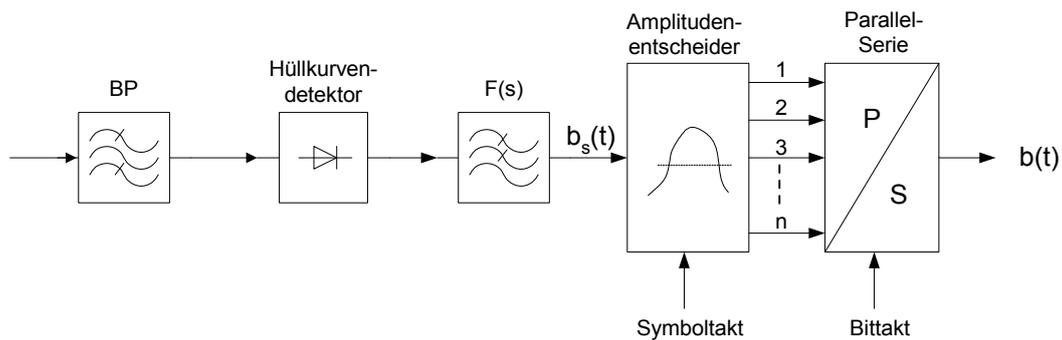


Kohärenter mASK-Demodulator



Kohärenter mASK-Demodulator mit Quadrierung

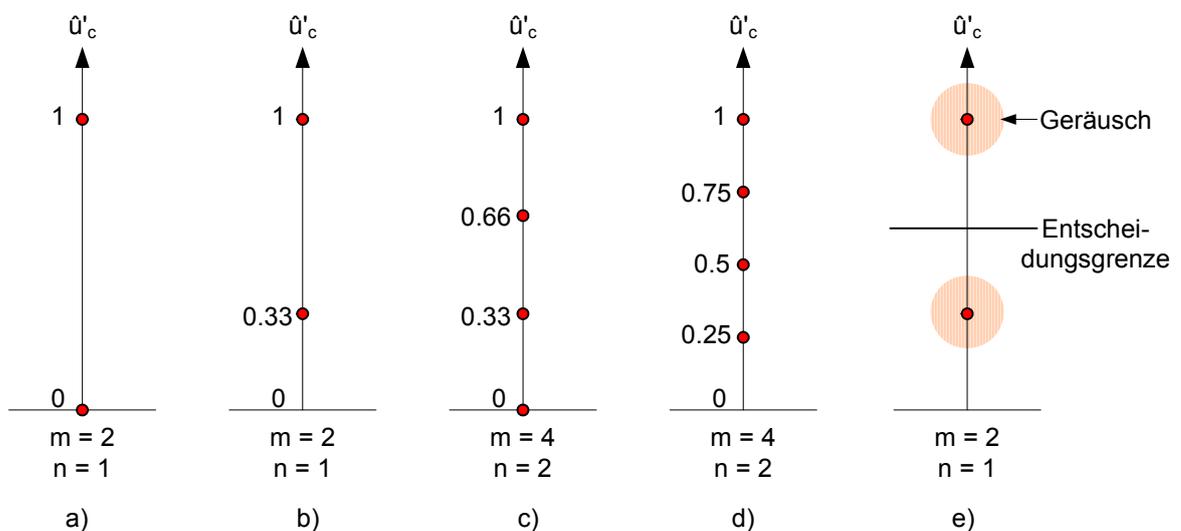
Das Prinzip der Demodulation mit Quadrierung wird bei den Betrachtungen der PSK analysiert werden.



Inkohärenter mASK-Demodulator

Die diskreten Signalzustände werden zur Veranschaulichung im **Zustandsdiagramm** dargestellt. Jeder Punkt charakterisiert im Modulationsintervall ein mASK-Symbol. Die grösste Amplitude im Zustandsdiagramm wird normalerweise auf 1 normiert. Diese Darstellung erlaubt die graphische Beurteilung der Störsicherheit. Mit geringer werdendem Abstand der Signalpunkte steigt die Störanfälligkeit, weil der Abstand zur Entscheidungsgrenze abnimmt (Bild e)).

Bei kohärenter Demodulation ist es günstiger, mASK-Systeme mit Zustandsdiagrammen zu verwenden, bei denen der Signalzustand „Null“ (kein Träger, Bild a), c)) mitbenützt wird. Bei inkohärenter Demodulation ist hingegen zu empfehlen, den Signalpunkt „Null“ (kein Träger) nicht zu verwenden (Bild b), d)).

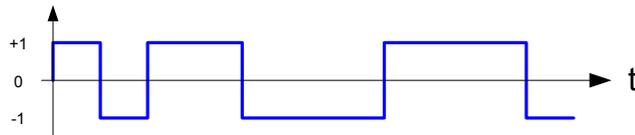


Zustandsdiagramme einiger ASK-Systeme

1.3.2 Phasenumtastung (Phase Shift Keying PSK)

Mit dem binären Modulationssignal $b(t)$ wird die Phase des Trägers zwischen diskreten Phasenwerten umgetastet. Wird die Phase nur zwischen zwei diskreten Werten (0° , 180°) umgetastet wird das Verfahren Binäre Phasenumtastung (Binary Phase Shift Keying BPSK) genannt. Mehrwertige Phasenumtastverfahren sind ebenfalls möglich (m -ary PSK). Sehr verbreitet sind Systeme mit 4 Phasenzuständen (Quadrature Phase Shift Keying QPSK). Ebenfalls sehr verbreitet sind Phasendifferenz Modulationen (Differential Phase Shift Keying DPSK).

Das binäre Signal bestehend aus einem seriellen Bitstrom von „0„ und „1“ können wir wie folgt beschreiben:



$$b(t) = \begin{cases} +1 & \text{"1"} \\ -1 & \text{"0"} \end{cases}$$

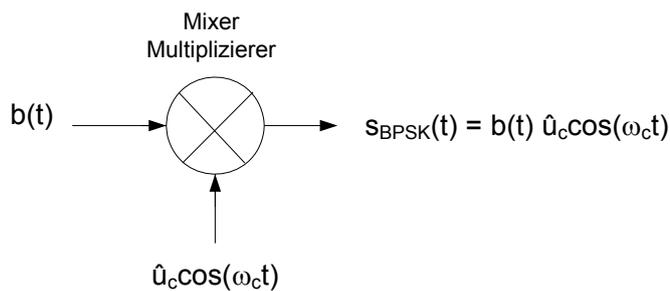
Das BPSK-Signal wird wiederum durch Multiplikation des Basisbandsignals mit dem Träger erzeugt:

$$u_{\text{BPSK}}(t) = b(t) \cdot u_c(t) = b(t) \cdot \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$

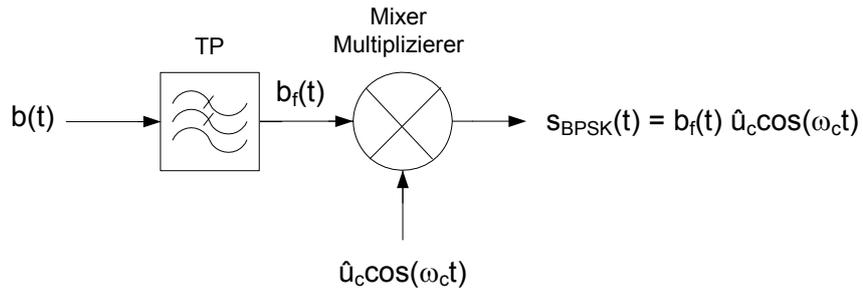
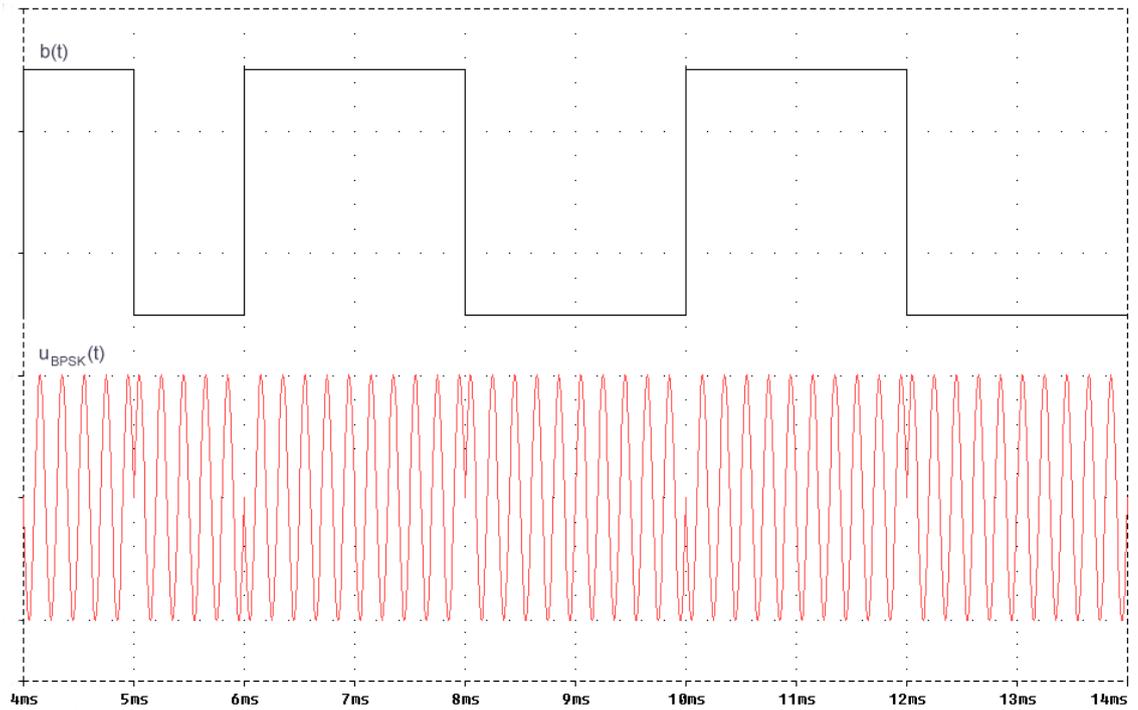
Damit erhält man:

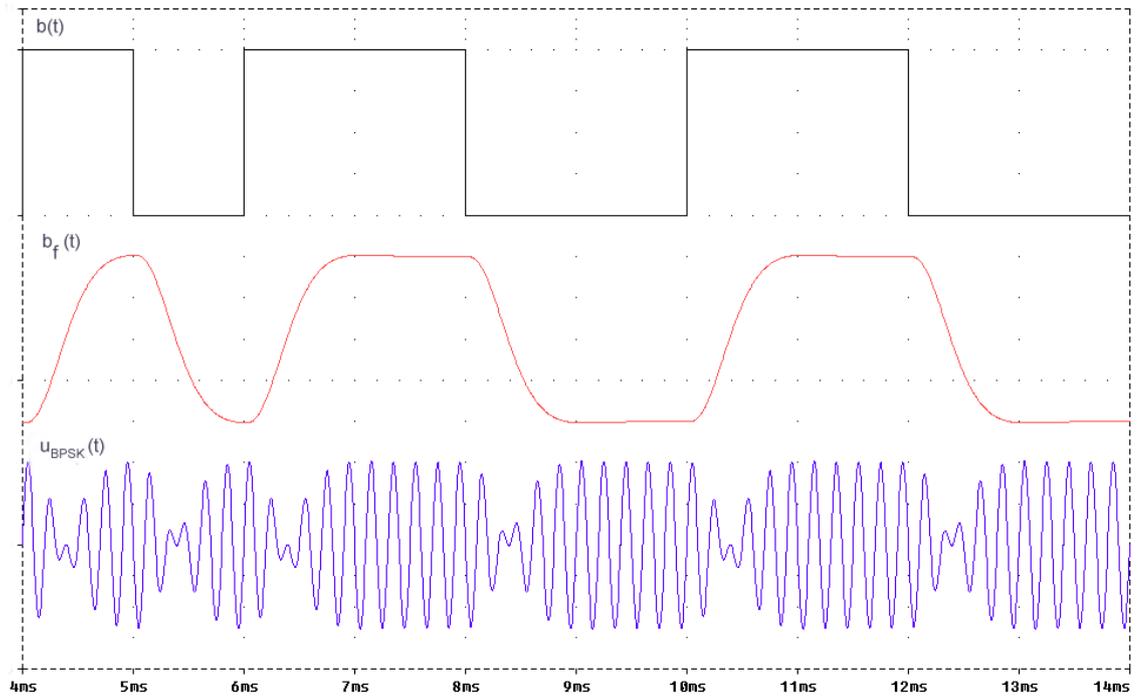
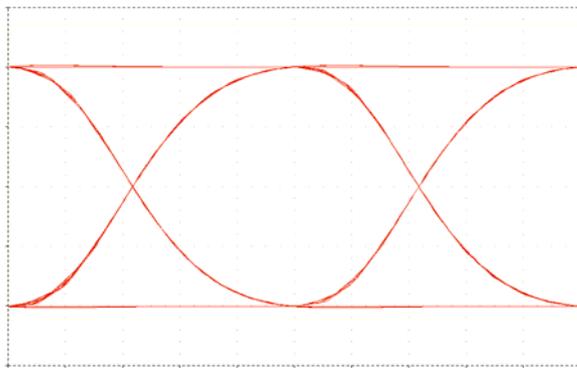
$$s_{\text{BPSK}}(t) = \hat{u}_c \begin{cases} \cos(\omega_c t) & \text{"0"} \\ \cos(\omega_c t + \pi) & \text{"1"} \end{cases}$$

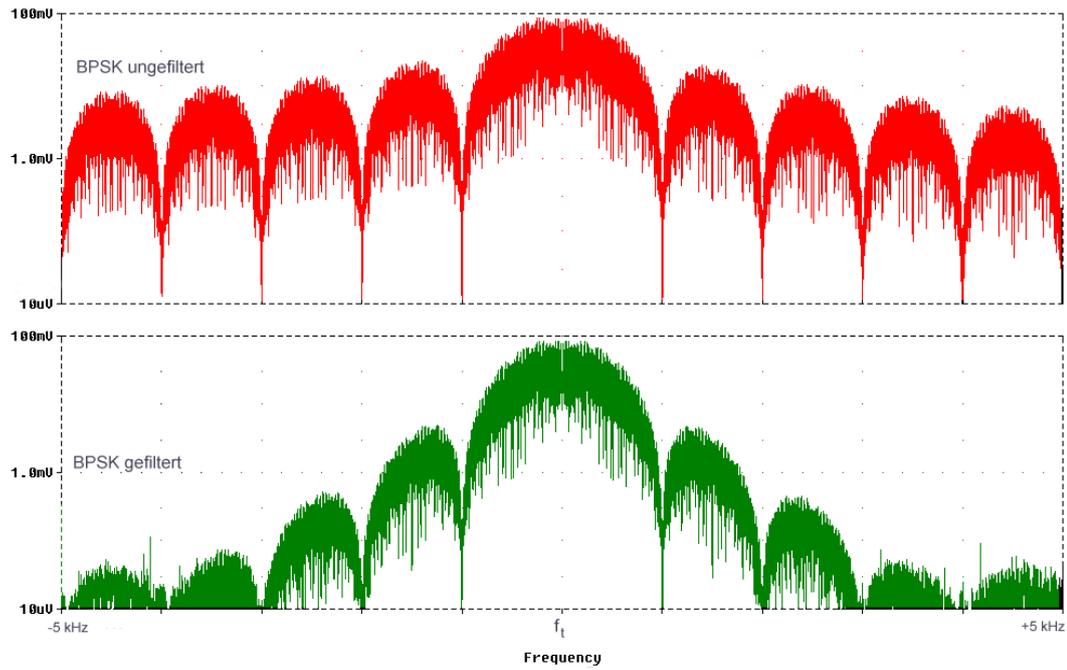
$$\cos(\omega_c t + \pi) = -\cos(\omega_c t)$$



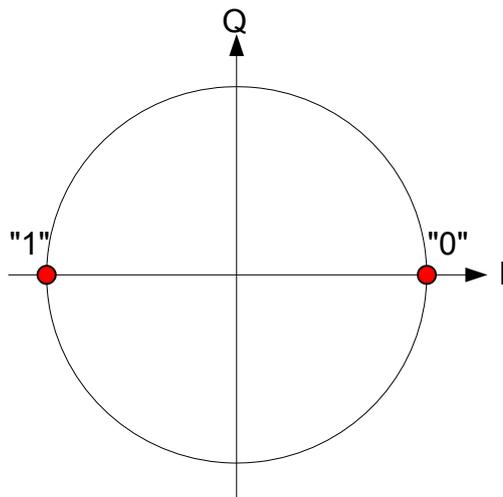
BPSK-Modulator ohne Filter

**BPSK-Modulator mit Filter****BPSK-Signal (ungefiltert) im Zeitbereich**

**BPSK-Signal (gefiltert) im Zeitbereich****Augendiagramm von $b_f(t)$**



BPSK-Signal (gefiltert und ungefiltert) im Frequenzbereich



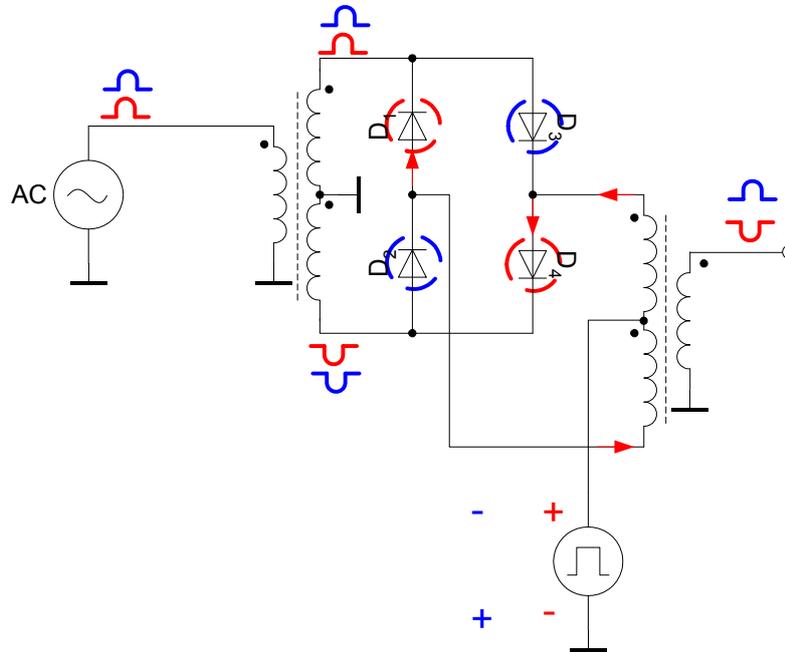
I = In-Phase-Komponente

Q = Quadratur-Phase-Komponente

BPSK-Signal im Phasenzustandsdiagramm

Mixer, Multiplizierer

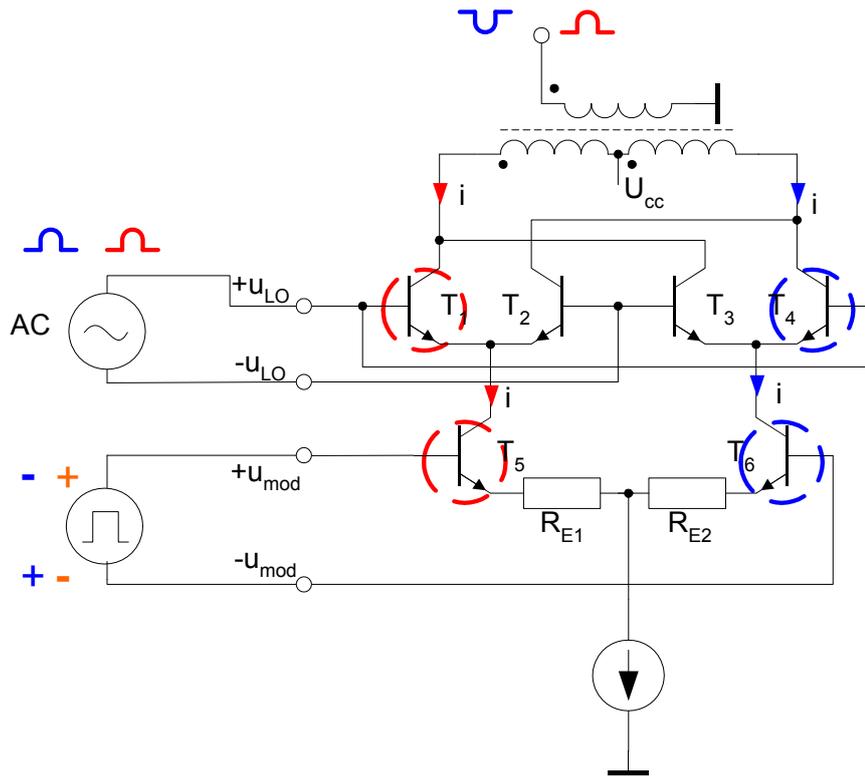
Wie bereits erwähnt, werden in digitalen Modulationssystemen meist doppelt balancierte Modulatoren (Double-Balanced Modulator DBM) verwendet. Ein sehr verbreiteter Typ ist der Diodenringmodulator. Seinem einfachen Aufbau steht die grosse LO-Leistung von typisch +7 dBm als Nachteil gegenüber.



Double-Balanced Diode Modulator

Die aufwendigere Gilbert-Cell (nach seinem Entwickler Barry Gilbert bezeichnet) hat verschiedene Vorteile:

- einfache Integration in einem IC
- es wird nur ein Transformator (wenn ueberhaupt) benötigt
- kleine LO-Leistung von ca. -10dBm

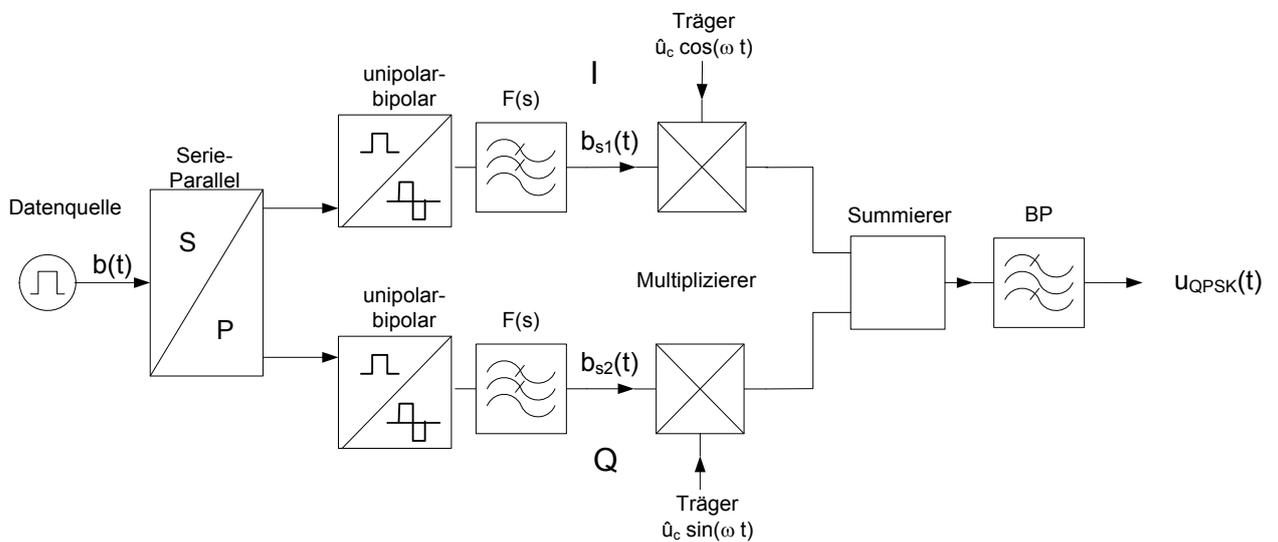


Gilbert-Cell Modulator

Quadratur-PSK (QPSK)

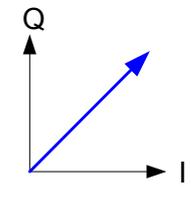
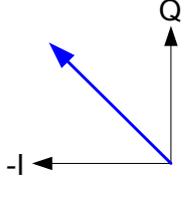
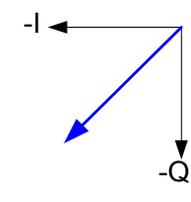
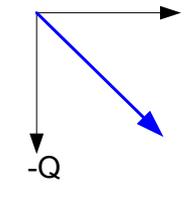
Genau gleich wie bei der mehrwertigen Amplitudentastung kann auch eine mehrwertige PSK verwendet werden. Sehr verbreitet ist die 4-PSK (Quadratur Phase Shift Keying QPSK). QPSK entsteht durch Überlagerung von zwei BPSK-Systemen, wobei der Träger des einen Systems 90 Grad Phasenverschiebung gegenüber dem Träger des zweiten Systems aufweist.

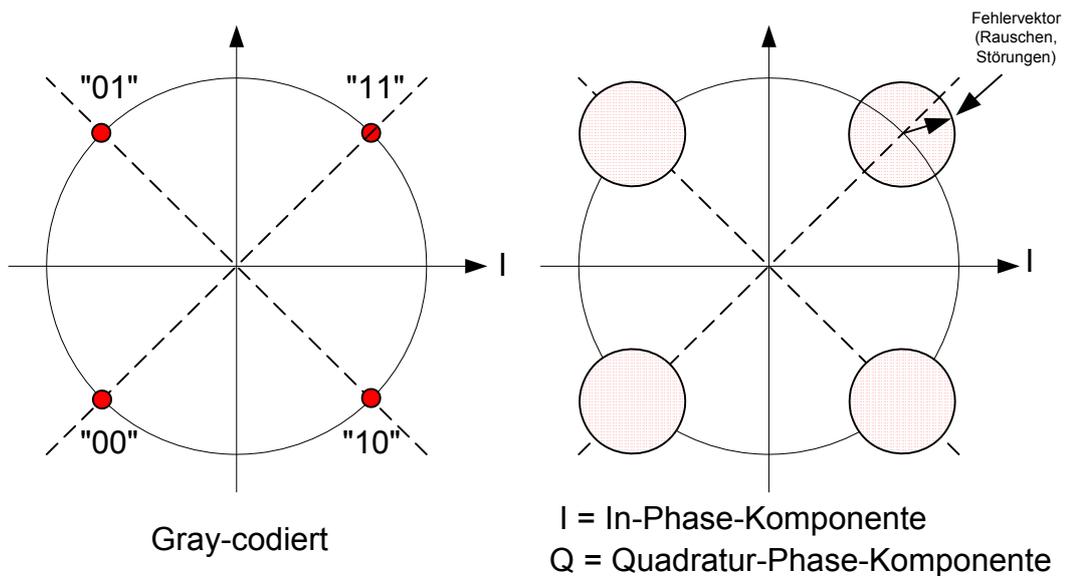
Bit	Symbol
00	Symbol 1
01	Symbol 2
10	Symbol 3
11	Symbol 4



QPSK-Modulator

Zur Erzeugung der I- und Q-Signale (I = Inphase, Q = Quadraturphase) wird eine Serie-Parallel-Wandlung der Nutzdaten mit anschließender Filterung vorgenommen.

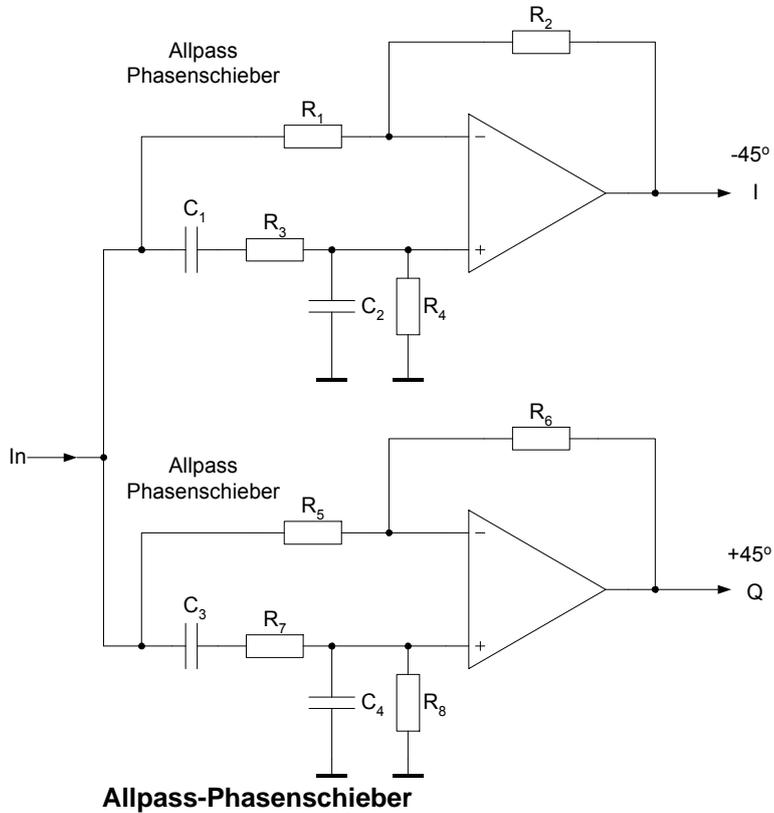
I $[b_{s1}(t)]$	Q $[b_{s2}(t)]$	$u_{\text{QPSK}}(t)$	Vektordiagramm
+1	+1	$+\cos(\omega_c t) + \sin(\omega_c t)$	
-1	+1	$-\cos(\omega_c t) + \sin(\omega_c t)$	
-1	-1	$-\cos(\omega_c t) - \sin(\omega_c t)$	
+1	-1	$+\cos(\omega_c t) - \sin(\omega_c t)$	



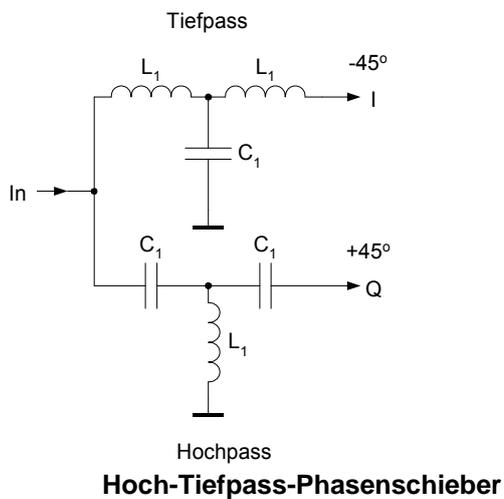
Die Symbolzuweisung wie hier gezeigt, wird Gray-Codierung genannt. Der Vorteil dieser Codierung liegt darin, dass wenn ein Symbolfehler in einen anliegenden Quadranten fällt, nur ein Bit falsch erkannt wird.

Schaltungen für die Trägerquadratur

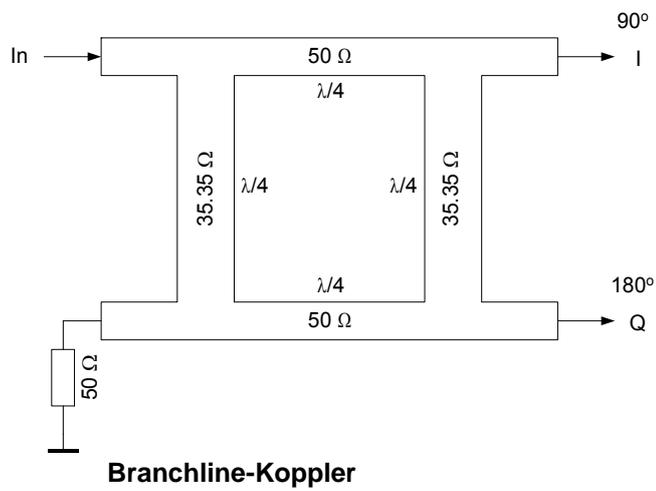
Für tiefe Trägerfrequenzen bis einige 100 kHz kann ein Allpass-Phasenschieber in aktiver Filtertechnik mit OpAmp's verwendet werden. Mit zwei Filtern 2. Ordnung wie im untenstehenden Bild, kann eine Phasengenauigkeit von einigen Grad über einen Frequenzbereich von einer Dekade erreicht werden.



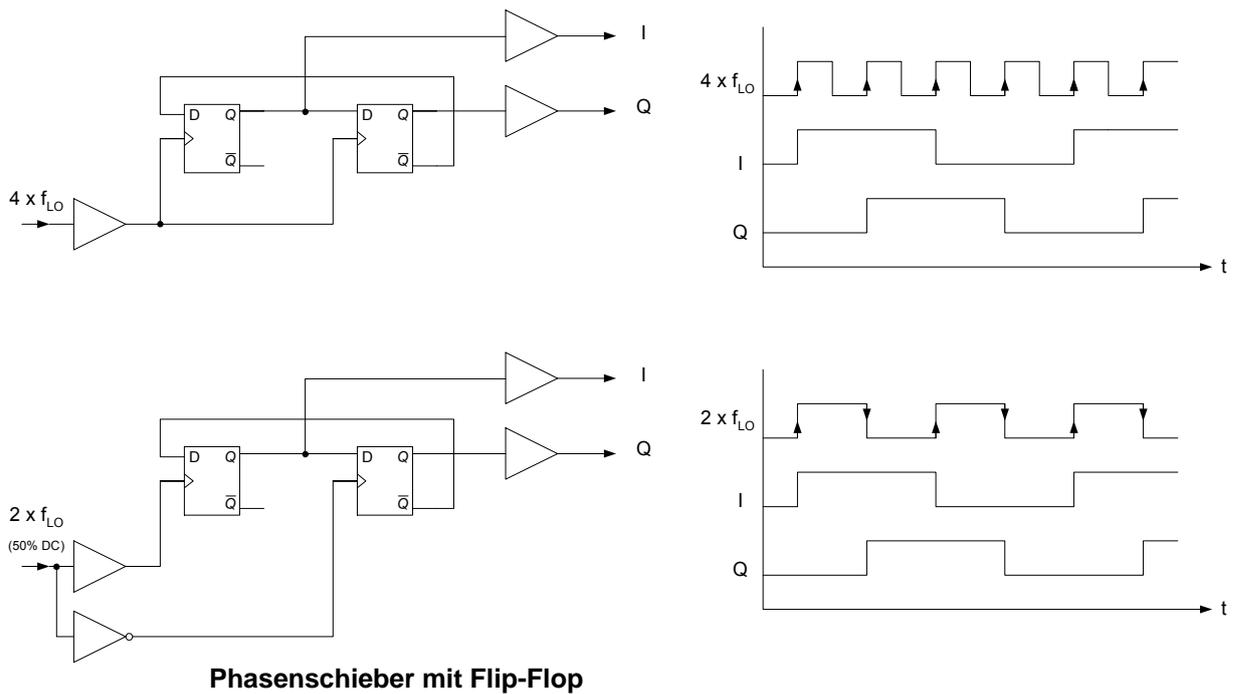
Im Frequenzbereich von bis zu einigen 100 MHz ist eine Hoch-Tiefpass-Schaltung mit konzentrierten L und C eine gut realisierbare Lösung. Die Bandbreite ist allerdings stark eingeschränkt.



Im GHz-Bereich sind Lösungen mit Richtkopplern (hier ein Branchline-Koppler als Beispiel) gut zu realisieren. Bei Verwendung von Substraten mit hohem ϵ_r ergeben sich kleine Abmessungen. Die Bandbreiten liegen in der Größenordnung einer Oktave.

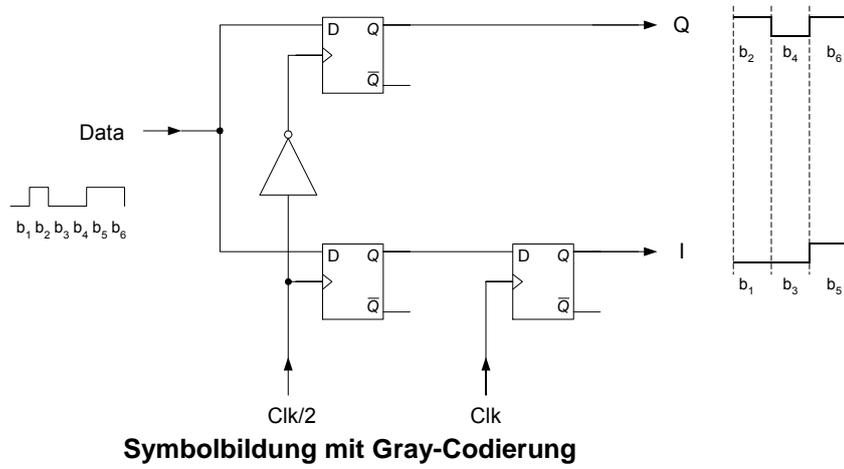


Digitale Lösungen mit Flip-Flops sind in ihrer Bandbreite nur durch die maximale Clockfrequenz der verwendeten Logiktechnologie eingeschränkt (bis einige GHz). Als Hauptnachteil sind die zwei- oder vierfache Trägereingangsfrequenz zu erwähnen.



Symbolbildung

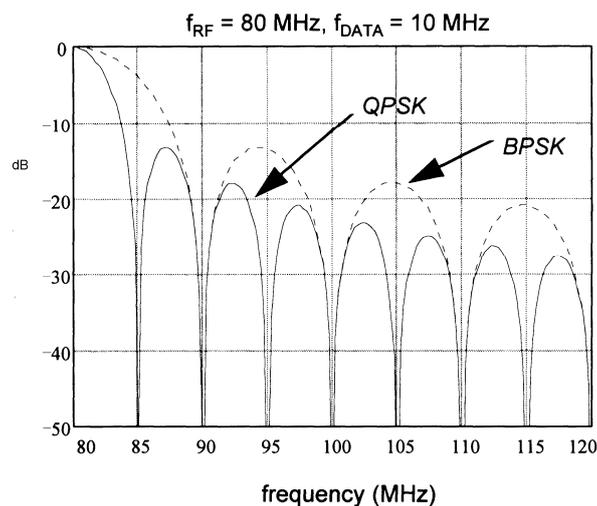
Eine einfache Schaltung für die Symbolbildung mit Gray-Codierung zeigt untenstehendes Bild:



Spektrumeffizienz

Durch die Kombination zweier Bit zu einem Symbol, ist die Symbolfrequenz nur halb so gross wie die Bitfrequenz. Dies bedeutet, dass bei QPSK die benötigte Bandbreite nur halb so gross ist wie bei BPSK, oder dass bei gleicher Bandbreite die doppelte Bitrate übertragen werden kann. Die Spektrumeffizienz wird manchmal angegeben als Bit/s/Hz für ein ideales Niquist-System. Die praktisch vorhandene Spektrumeffizienz ist ca. 0.7 der theoretischen.

Modulation	Spektrumeffizienz Bit/s/Hz	Anwendung
MSK	1	GSM
BPSK	1	Telemetrie, Kabelmodems
OQPSK	1	
QPSK	2	Satellitentechnik, TETRA, CDMA, NADC, PHS, DVB-S, Modems
DQPSK, $\pi/4$ -QPSK	3	NDAC, TACS
8PSK	3	Satellitentechnik, Telemetrie, Flugfunk
16QAM	4	Mikrowellen, Modems, DVB-C, DVB-T
32QAM	5	Mikrowellen, DVB-T
64QAM	6	DVB-C, Modems, Mikrowellen
256QAM	8	DVB-C, Modems, Mikrowellen



Spektrumvergleich BPSK-QPSK

Die benötigten HF-Bandbreiten mit Basisbandfilterung berechnen sich nach:

$$B_{\text{BPSK}} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{\text{OQPSK}} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{\text{QPSK}} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{2T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{\text{8PSK}} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{3T_b}(1 + \alpha)$$

$$B_{\text{16QAM}} = \frac{1}{T_s}(1 + \alpha) = \frac{1}{4T_b}(1 + \alpha)$$

T_s = Symbollänge

T_b = Bitlänge

α = Roll-off-Faktor des Filters

Das Ausgangsspektrum des modulierten Signals resultiert als Multiplikation des Basisbandsignals (Symbole bei höherwertiger Modulation) mit dem Träger als zweiseitiges Spektrum um den Träger.

Beispiel: Leistungsspektrum der BPSK

Ein bipolares NRZ-Basisbandsignal hat die Spektralverteilung von

$$G_{\text{B-NRZ}}(f) = U^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2$$

Für die BPSK-Modulation wird das Basisband $b(t)$ mit dem Träger $\hat{u}_c \cos(\omega_c t)$ multipliziert

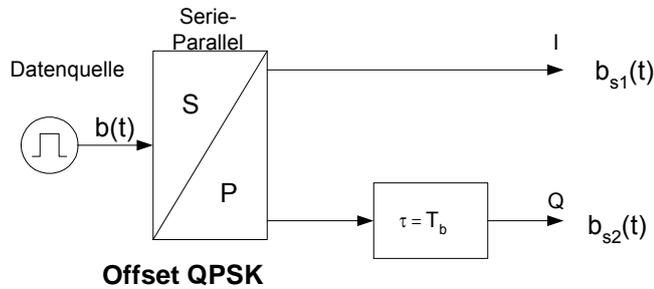
$$G_{\text{BPSK}}(f) = U^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2 \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$$

Nach einiger trigonometrischer Umformung erhält man das zweiseitige Spektrum

$$G_{\text{BPSK}}(f) = U^2 \hat{u}_c T_b \left\{ \left[\frac{\sin(\pi T_b [f - f_c])}{\pi T_b [f - f_c]} \right]^2 + \left[\frac{\sin(\pi T_b [f + f_c])}{\pi T_b [f + f_c]} \right]^2 \right\}$$

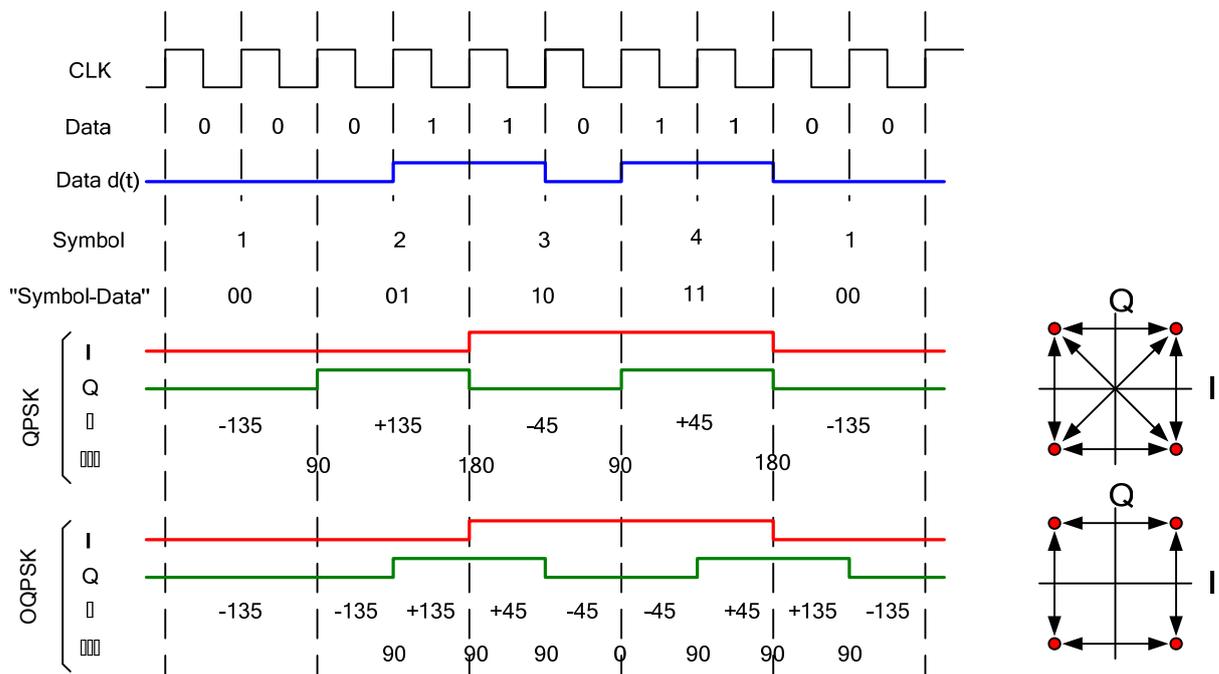
Offset QPSK (OQPSK)

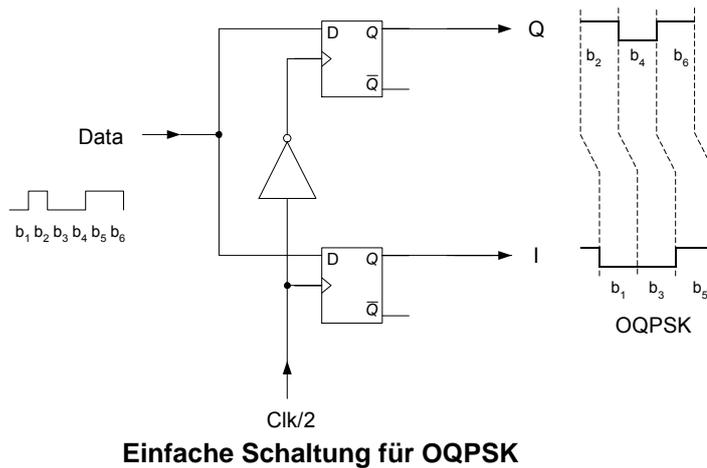
Bei QPSK durchläuft die Amplitude bei einem Phasenwechsel von 180° für eine kurze Zeit den Wert Null. Dies führt dazu, dass im System grosse Amplitudenvariationen verarbeitet werden müssen und die gesamte Systemkette lineares Verhalten aufweisen muss (keine Begrenzungen). Um einen Phasenwechsel von 180° zu vermeiden, und damit die Amplitudenvariation zu vermindern, werden die Q-Daten um eine Bitperiode ($1/2$ -Symbolperiode) verzögert.



Dies hat wie untenstehendes Impulsdiagramm zeigt zur Folge, dass nur noch Phasensprünge von $\pm 90^\circ$ auftreten und somit die Amplitude des Trägers nur noch auf minimal 0.707 des Maximalwertes absinkt.

Der Vorteil der Spektrumeffizienz von QPSK geht allerdings bei OQPSK wieder verloren und ist gleich wie bei BPSK.



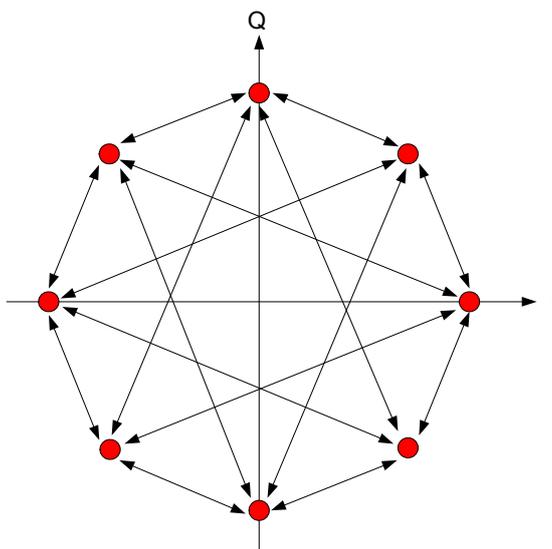


Differential QPSK (DQPSK), $\pi/4$ -QPSK

Ein weiteres Verfahren besteht darin, nur Phasensprünge von $\pm\pi/4$ und $\pm 3\pi/4$ zuzulassen. Die Informationen werden differenzcodiert: Symbole werden als Phasenänderung und nicht als absolute Phasenlagen übertragen.

Bitkombination	Phasenänderung
00	$\pi/4$
01	$3\pi/4$
10	$-\pi/4$
11	$-3\pi/4$

Damit erhält man 8 mögliche Phasenzustände mit einer Spektreumeffizienz von 3 Bit/s/Hz. Die Amplitudenänderung ist grösser als bei OQPSK aber kleiner als bei QPSK.

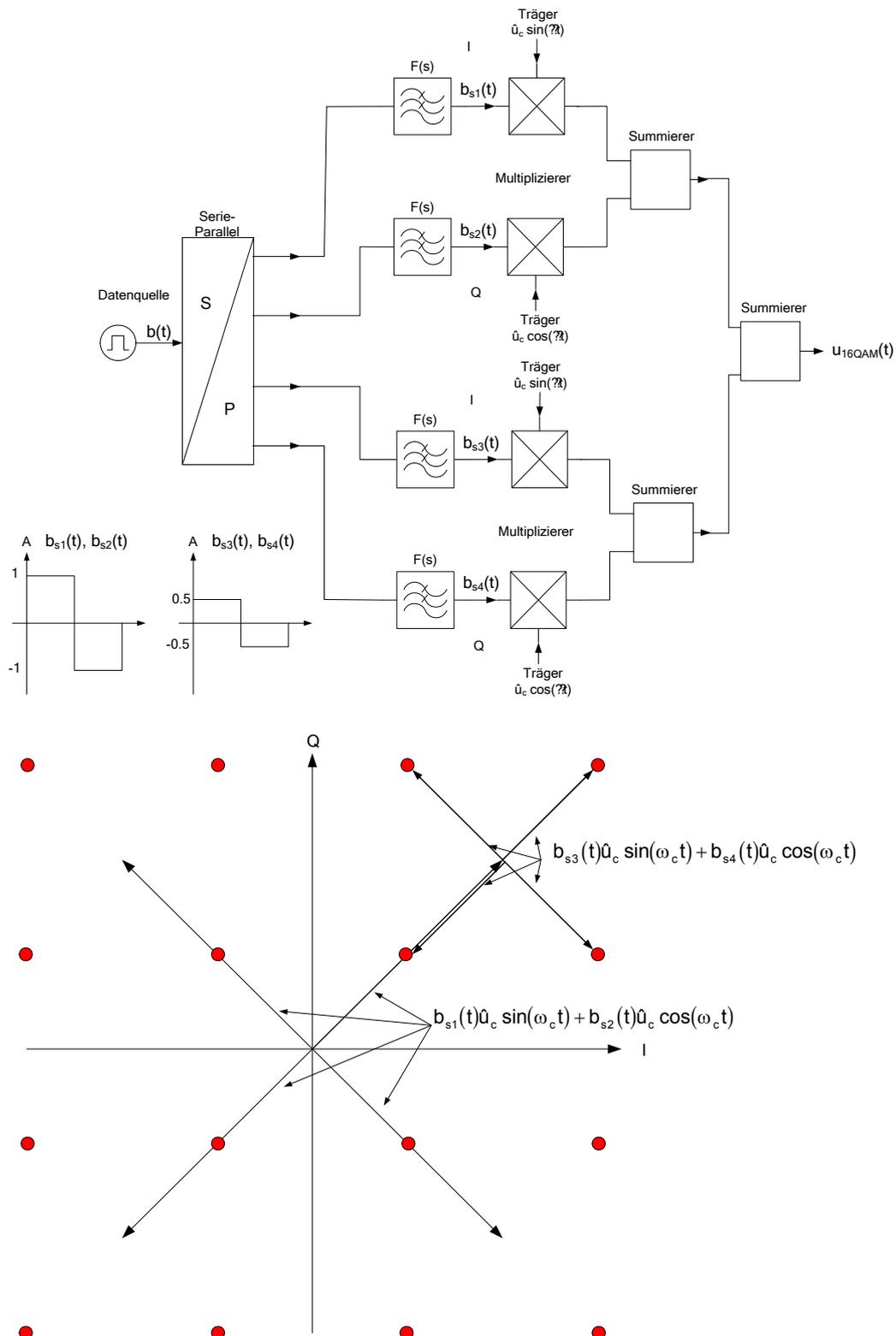


Phasenübergänge $\pi/4$ -QPSK

Da für jedes Symbol eine Phasenänderung vorhanden ist, wird die Rückgewinnung des Clocks auf der Empfangsseite besonders einfach. Ebenso kann die Demodulation inkohärent (nicht synchron) erfolgen, was eine Schaltungsvereinfachung bedeutet.

Quadrature Amplitude Modulation QAM

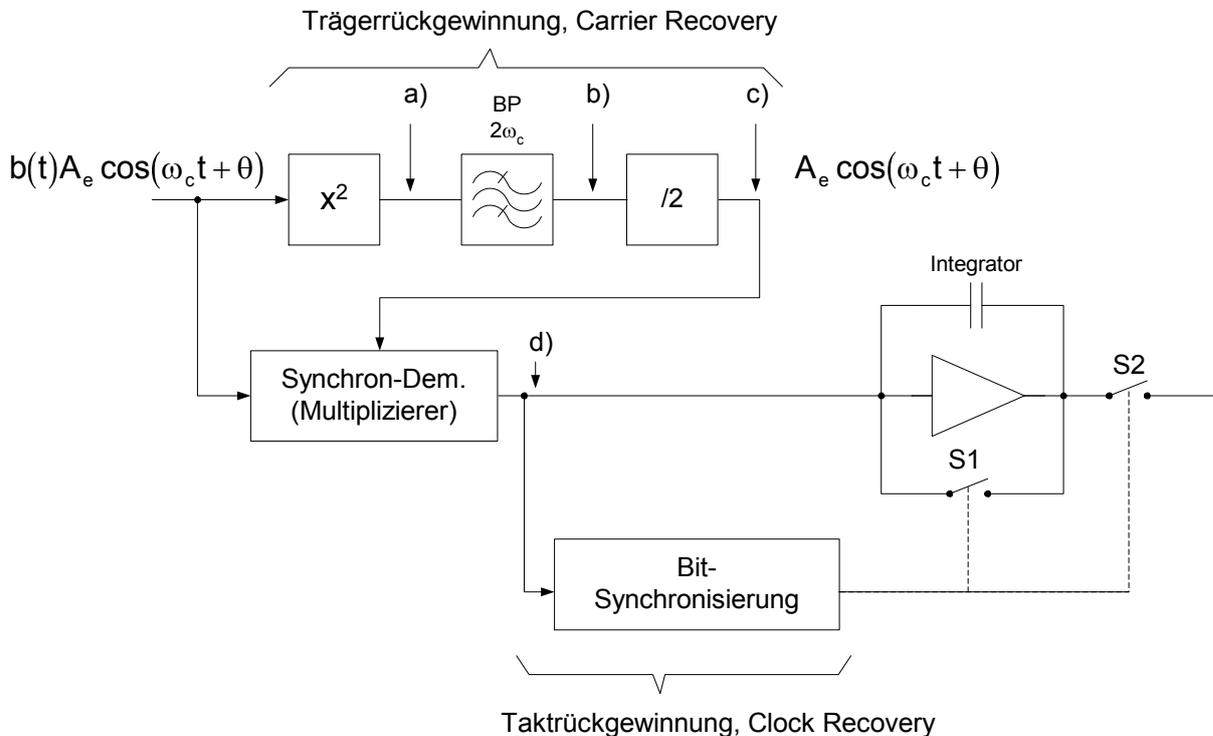
Werden zwei QPSK-Systeme wie untenstehend zusammengeschaltet, erhält man ein 16-QAM-System, d.h. man erzeugt 16 Zustände aus Phasen- und Amplitudenänderungen. Die Entstehung der 16 Zustände kann leicht aus der Vektoraddition der einzelnen Modulationskomponenten hergeleitet werden. 16-QAM wird standardmässig in Richtfunkanlagen mit Bitraten von 140 Mbit/s eingesetzt.



Demodulation

Grundsätzlich ist die Demodulation die Umkehrung der Modulationsschaltung. Für Synchrondemodulation (kohärent) muss auf der Empfangsseite der Träger phasenstarr aus dem Empfangssignal hergeleitet werden. Ebenso muss der Daten- oder Symbolclock zurückgewonnen werden.

Synchrondemodulation für BPSK



Demodulator BPSK

Die Quadrierung des Eingangssignals liefert (Punkt a) im Blockschaltbild):

$$[b(t)A_e \cos(\omega_c t + \theta)]^2 = A_e^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(\omega_c t + \theta) \right] = \frac{1}{2} A_e^2 [1 + \cos(2\omega_c t + 2\theta)]$$

Nach dem Bandpass bleibt (DC entfernt) (Punkt b):

$$\frac{1}{2} A_e^2 \cos(2\omega_c t + 2\theta) \quad \text{b)}$$

Nach dem Teiler durch 2 ist der Träger zurückgewonnen (Punkt c):

$$A_e \cos(\omega_c t + \theta) \quad \text{c)}$$

Durch die Multiplikation des Eingangssignals mit dem rückgewonnenen Träger erhält man:

$$\begin{aligned} & b(t)A_e \cos(\omega_c t + \theta) \hat{u}_c \cos(\omega_c t + \theta) \\ & = b(t)A \cos^2(\omega_c t + \theta) = b(t)A \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega_c t + 2\theta)] \quad \text{d)} \end{aligned}$$

Die Werte der Amplituden sind in diesen Betrachtungen nicht von Bedeutung.

Die Bit-Synchronisation hat folgende Funktion:

- Das Ende eines Bits wird erkannt

Am Ende eines Bits wird der Schalter S1 kurz geschlossen um das Integrator-C zu entladen. Kurz bevor S1 geschlossen wird, wird S2 kurz geschlossen, um ein Sample des Ausgangs des Integrators zu erhalten. Dieses Sample ist das gewünschte Ausgangssignal.

Für die Analyse nehmen wir der Einfachheit halber an, dass die Bitlänge T_b gleich ist, wie eine geradzahlige Anzahl n Schwingungen der Trägerfrequenz f_c :

$$T_b = n f_c$$

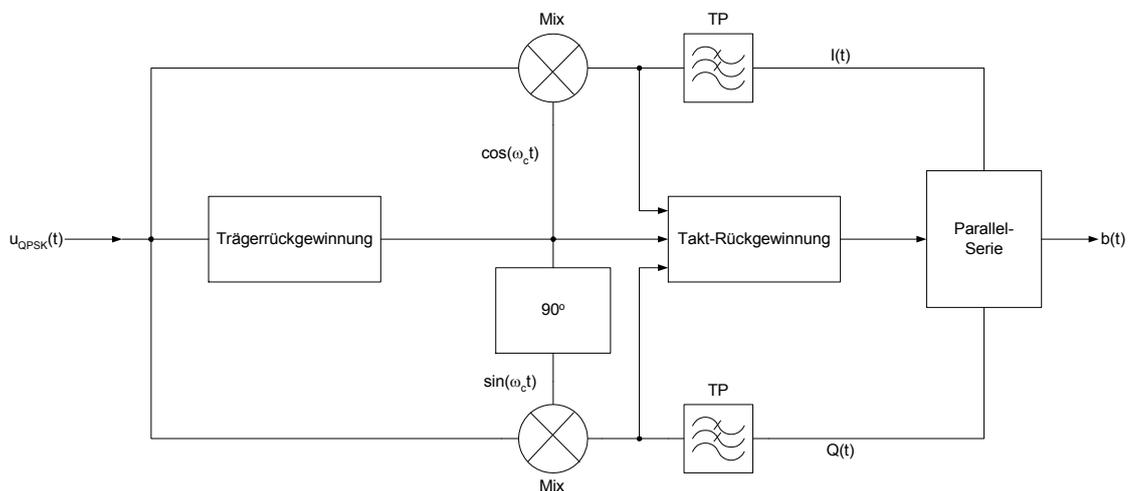
In diesem Falle ist die Ausgangsspannung des Integrators am Ende eines Bit-Intervalls von $(k-1)T_b$ bis kT_b gemäss Gleichung d):

$$\begin{aligned} u_o(kT_b) &= \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} b(kT_b) A \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega_c t + 2\theta)] dt \\ &= b(kT_b) A \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} \frac{1}{2} dt + \underbrace{b(kT_b) A \int_{(k-1)T_b}^{kT_b} \frac{1}{2} \cos 2(\omega_c t + \theta) dt}_{=0, \text{ Integral über eine ganze Periode}} \end{aligned}$$

$$= b(kT_b) T_b \frac{A}{2}$$

Damit ist bewiesen, dass dieser Demodulator ein Abbild der gesendeten Bitfolge $b(t)$ liefert.

Synchrondemodulation für QPSK

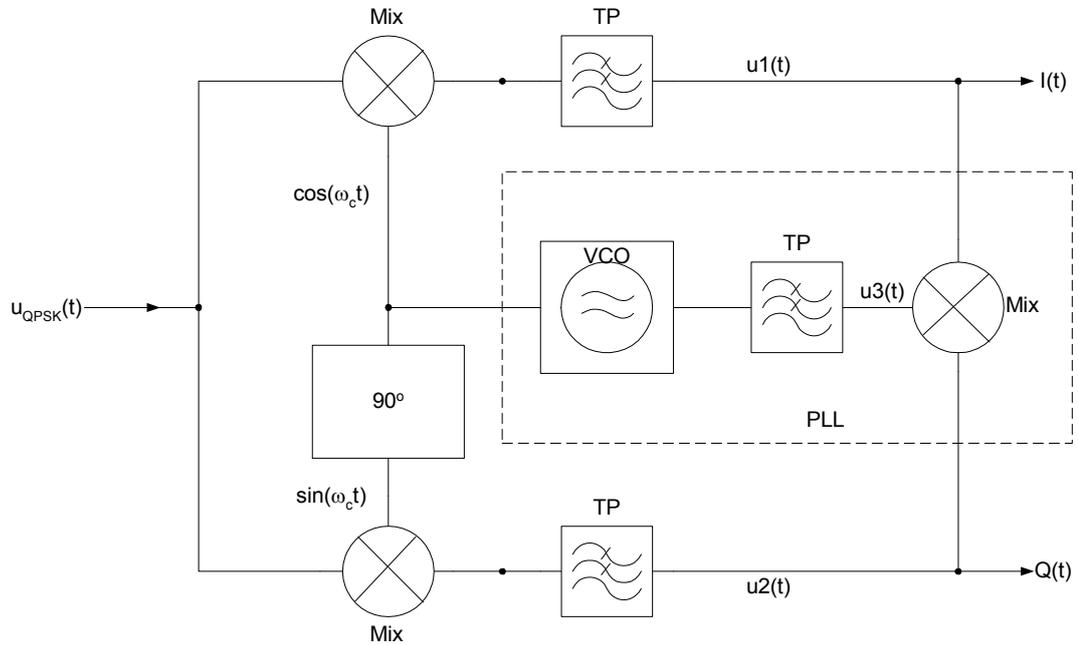


QPSK-Demodulator

Weitere Schaltungsdetails

Der Costas-Loop:

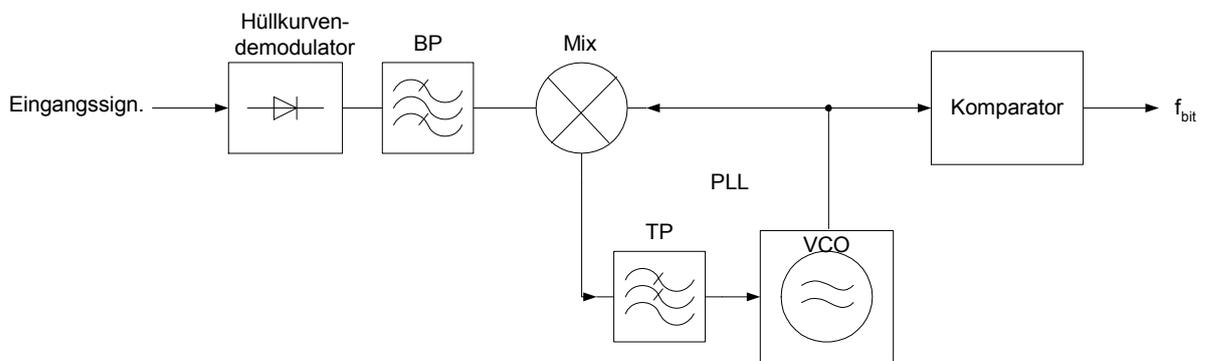
Der Costas-Loop besteht aus einer PLL-Regelschleife zum Rückgewinnen der Trägerfrequenz. Beim Auftreten von Frequenz- oder Phasenabweichungen zwischen Eingangssignal und VCO entsteht eine Regelspannung $u_3(t)$, die den VCO nachregelt.



Costas-Loop

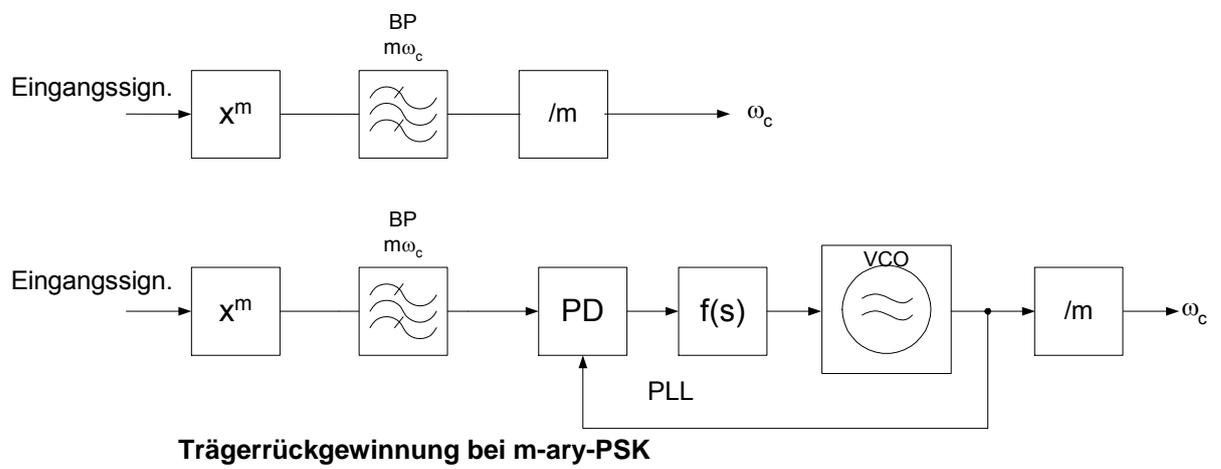
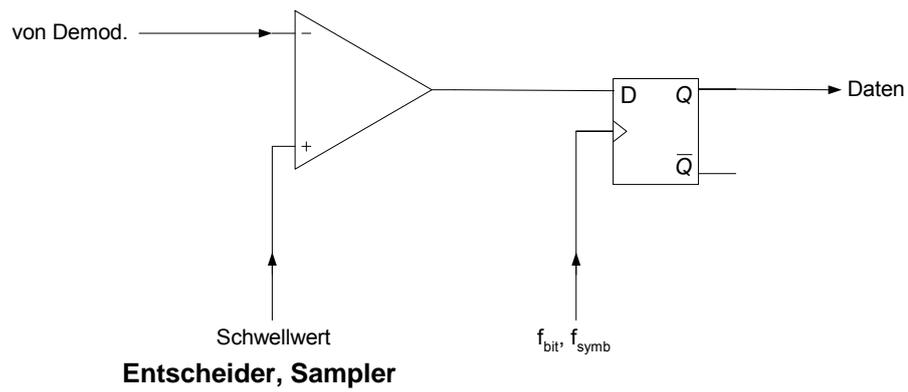
Taktableitung:

Der Bit- oder Symboltakt lässt sich entweder direkt aus dem Eingangssignal (Taktinformation muss in Amplitude enthalten sein) oder aus dem demodulierten Signal ableiten.



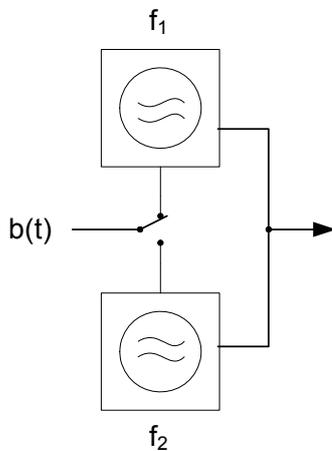
Taktableitung

Datenregenerierung und Sampler:

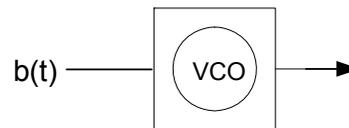


1.3.3 Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)

Bei der Frequenzumtastung kann man unterscheiden zwischen FSK mit **diskontinuierlicher** Phase und FSK mit **kontinuierlichem** Phasenverlauf.



Prinzip diskontinuierlich



Prinzip kontinuierlich

Phasenmodulation kann auch als Frequenzmodulation betrachtet werden. Die Zusammenhänge zwischen Phase und Frequenz sind bekanntlich:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad \varphi(t) = \int \omega(t) dt$$

Wie bei den Phasenumtastungen gibt es auch bei der Frequenzumtastung verschiedene Unterarten.

- Tamed Frequency Modulation, **TFM**: ähnlich wie MSK, aber noch steilerer Spektrumabfall
- Vierfrequenzumtastung, **4-FSK**: Wird in ERMES verwendet.
- **MSK** (Minimum Shift Keying)
- **GMSK** (Gaussfiltered Minimum Shift Keying)

Den weitaus grössten Anwendungskreis hat GMSK (GSM, DECT). Daher wird hier hauptsächlich diese Variante betrachtet.

MSK (Minimum Shift Keying)

MSK hat folgende Eigenschaften:

- MSK kann als Phasen- oder Frequenzmodulation betrachtet werden
- Die Phase dreht während der Zeit einer Bitlänge um $\pm 90^\circ$
- MSK ist eine Frequenzmodulation mit dem Modulationsindex von 0.5

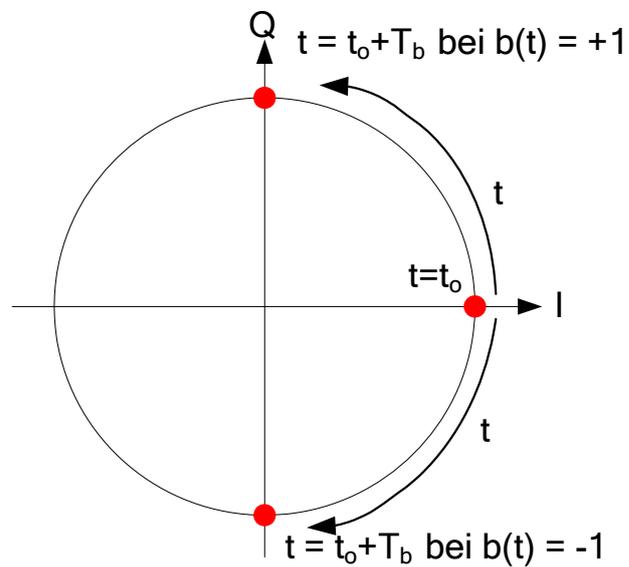
$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{H}{f_m} = 0.5$$

$$H = \frac{f_m}{2}$$

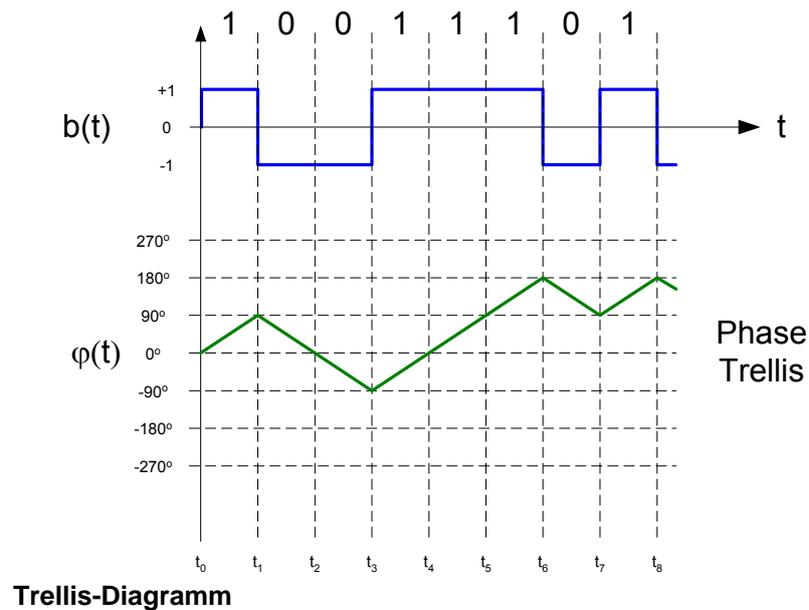
H = Hub

f_m = Modulationsfrequenz = Bitfrequenz

- MSK = FFSK (Fast Frequency Shift Keying)
- Vorteile:
 - Konstante Amplitude (nichtlineare Verstärker)
 - Seitenbänder schneller abfallend als bei BPSK, QPSK
 - Kleinere ISI
- Nachteile:
 - Hauptkeule des Spektrum Faktor 1.5 breiter als bei QPSK
 - Grössere BER als QPSK bei gleichem S/N



I-Q-Diagramm



Die modulierte Spannung ergibt sich aus:

$$u_{\text{MSK}}(t) = A \cdot \cos \left[\omega_c t + \int_{-\infty}^t d(t) \cdot \frac{\pi}{2} dt \right] = A \cdot \cos \left[\omega_c t + \frac{\pi}{2} \cdot (\pm 1) \cdot t + \varphi_0 \right]$$

$$d(t) = \begin{cases} +1 & \text{"1"} \\ -1 & \text{"0"} \end{cases}$$

Um den Hub zu bestimmen, nehmen wir an, dass die Phase während einer Bitlänge T_b für

$b(t) = +1$ um $+90^\circ = \frac{\pi}{2}$ und für $b(t) = -1$ um $-90^\circ = -\frac{\pi}{2}$ ändert:

$$\Delta f^+ = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{\Delta \varphi(t)}{\Delta t \cdot 2\pi} = \frac{\pi/2}{T_b \cdot 2\pi} = \frac{1}{4T_b} = \frac{f_b}{4}$$

$$\Delta f^- = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{\Delta \varphi(t)}{\Delta t \cdot 2\pi} = \frac{-\pi/2}{T_b \cdot 2\pi} = \frac{-1}{4T_b} = -\frac{f_b}{4}$$

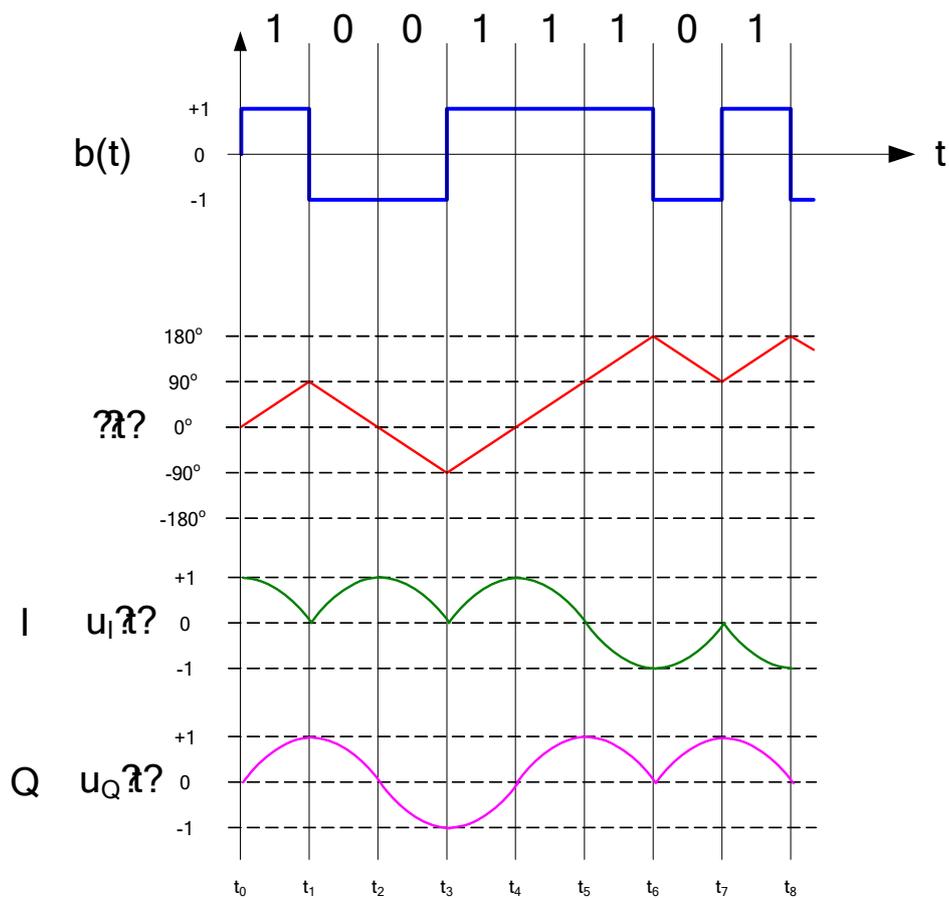
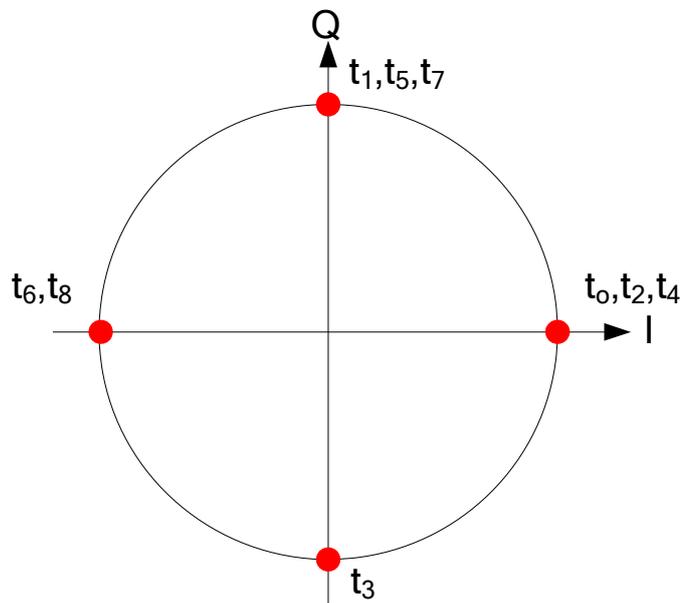
Der Frequenzhub H ist dann:

$$H = \Delta f^+ - \Delta f^- = \frac{f_b}{4} - \left(-\frac{f_b}{4} \right) = \frac{f_b}{2}$$

Die Bezeichnung **Minimum Shift Keying** steht für:

Minimale Frequenzdifferenz zwischen „1“ und „0“ für synchrone Demodulation. Ein Vielfaches von $\Delta \varphi = 90^\circ$ führt zu „1“- und „0“-Frequenzen die immer gleich sind.

Wird ein I-Q-Modulator für MSK verwendet, lassen sich die Spannungen $u_I(t)$ und $u_Q(t)$ aus dem I-Q-Diagramm bestimmen:



Erzeugung der I-Q-Spannungen

Spektrum von MSK:

$$S_{\text{MSK}}(f) = \frac{8}{\pi^2} \hat{u} \left[\left\{ \frac{\cos \frac{2\pi(f-f_0)}{f_b}}{1 - \left(\frac{4(f-f_0)}{f_b} \right)^2} \right\}^2 + \left\{ \frac{\cos \frac{2\pi(f+f_0)}{f_b}}{1 - \left(\frac{4(f+f_0)}{f_b} \right)^2} \right\}^2 \right]$$

$$u_{\text{MSK}}(t) = A \cdot \left[b_e(t) \sin \frac{2\pi t}{4T_b} \right] \cos(\omega_c t) + A \cdot \left[b_o(t) \cos \frac{2\pi t}{4T_b} \right] \sin(\omega_c t)$$

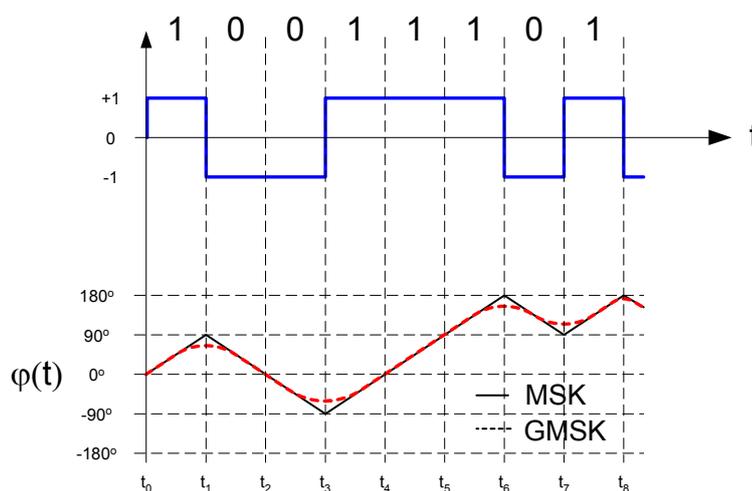
$b_e(t)$ = gerade Datenbits (2,4,6,...), (I)

$b_o(t)$ = ungerade Datenbits (1,3,5,...), (Q)

Im Gegensatz zu BPSK und QPSK wird der Träger nicht abrupt mit $b(t)$, sondern „weich“ mit $b_e(t) \sin(xt)$, $b_o(t) \cos(xt)$ umgeschaltet.

Obwohl das Spektrum vom Träger aus sehr stark abfällt, sind die Nebenmaxima in einem Nachbarkanal immer noch störend. Die Nebenmaxima können weiter verringert werden, wenn die harten Spitzen des Phasenverlaufs „verschliffen“ werden. Durch eine Impulsformung im Basisband können die sprunghaften Phasenänderungen verhindert werden. Wird ein Gauss-Filter für die Impulsformung verwendet, erhält man „Gaussian Minimum Shift Keying“ **GMSK**. Dieses Verfahren wird in GSM (Groupe Spécial Mobile, Global System Mobile, Natel-D) verwendet.

Abhängig vom Bandbreite-Zeit-Produkt BT des Gaussfilters werden die Nebenmaxima weiter abgeschwächt, allerdings zu Lasten einer grösseren BER.



Trellis-Diagramm für MSK und GMSK