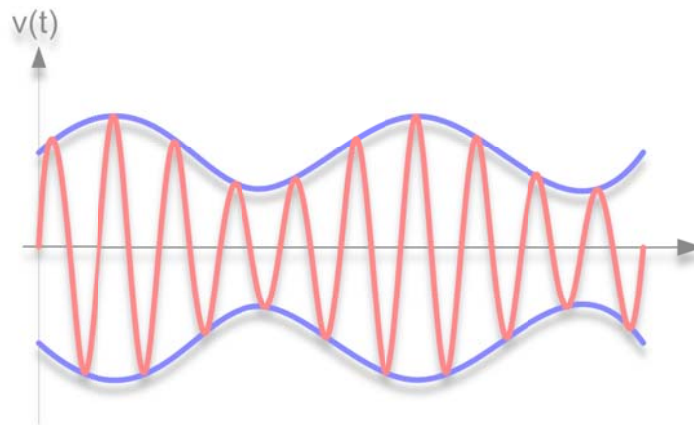




# Analoge Modulationen

## Winkelmodulation



**FM** Frequenzmodulation

**PM** Phasenmodulation

# Inhalt

2.2	Winkelmodulation .....	35
2.2.1	Frequenz- und Phasenmodulation .....	35
2.2.2	Modulator-Schaltungen.....	47
2.2.3	Demodulator-Schaltungen.....	51
2.2.4	Stereo Rundfunk System.....	55
2.2.5	Stör- und Rauschverhalten von WM .....	57
Fig. 2-1:	Varianten der Winkelmodulation .....	35
Fig. 2-2:	Besselfunktionen $J_n(\eta)$ der ersten Art und Ordnung n .....	38
Fig. 2-3:	Spektrum von winkelmodulierten Signalen mit verschiedenen Modulationsindex .....	39
Fig. 2-4:	Modulationssignal im Zeitbereich.....	41
Fig. 2-5:	Momentanfrequenz im Zeitbereich.....	41
Fig. 2-6:	Winkelmoduliertes Signal im Zeitbereich .....	42
Fig. 2-7:	Winkelmoduliertes Signal im Frequenzbereich.....	42
Fig. 2-8:	Winkelmoduliertes Signal im Phasenbereich (pendulum phasor) .....	42
Fig. 2-9:	Zeigerdiagramm für Schmalband FM.....	43
Fig. 2-10:	Winkelmodulation mit sinusförmigem Modulationssignal .....	45
Fig. 2-11:	Drehzeiger eines phasenmodulierten Signals .....	46
Fig. 2-12:	Phasen- und Frequenzhub für Phasen- und Frequenzmodulation.....	46
Fig. 2-13:	Frequenzmodulator mit Downconverter.....	47
Fig. 2-14:	Frequenzmodulator mit Vervielfacher .....	47
Fig. 2-15:	LC-VCO mit zwei Kapazitätsdioden .....	48
Fig. 2-16:	VCO 350 – 550 MHz mit Koaxleitung als Resonator .....	48
Fig. 2-17:	Frequenzmodulator mit Phase Locked Loop Synthesizer .....	48
Fig. 2-18:	Quadrature Phasen Modulator.....	49
Fig. 2-19:	Quadrature Frequenz Modulator.....	49
Fig. 2-20:	Phasenmodulation mit Differenzierer und Frequenzmodulator .....	49
Fig. 2-21:	Frequenzmodulation mit Integrator und Phasenmodulator.....	49
Fig. 2-22:	Preemphasis und Deemphasis .....	50
Fig. 2-23:	Amplitudenbegrenzer .....	51
Fig. 2-24:	Blockschaltbild des Flankendiskriminators .....	51
Fig. 2-25:	Flankendiskriminator .....	52
Fig. 2-26:	Gegentakt Flankendiskriminator .....	52
Fig. 2-27:	Phasendiskriminator (Foster-Seeley).....	53
Fig. 2-28:	Drehzeiger des Phasendiskriminators .....	53
Fig. 2-29:	PLL FM-Demodulator .....	54
Fig. 2-30:	Quadraturdemodulator .....	54
Fig. 2-31:	Schaltung für frequenzabhängige Phasenschiebung .....	55
Fig. 2-32:	Spektrum des Stereo-Basisbandes (Multiplex-signal) .....	56
Fig. 2-33:	Blockschaltbild des Stereocoders .....	57
Fig. 2-34:	Stereo Sender .....	57
Fig. 2-35:	Stereo Empfänger .....	57
Fig. 2-36:	Spektrum und Zeigerdiagramm eines frequenzmodulierten Signals.....	58
Fig. 2-37:	Spektrum und Zeigerdiagramm eines frequenzmodulierten Signals mit fehlenden Spektrallinien aufgrund zu kleiner Bandbreite .....	58
Fig. 2-38:	Blockschaltbild für die Rauschanalyse eines FM-Systems.....	59
Fig. 2-41:	Ausgangs S/N über Eingangs S/N für FM .....	60
Fig. 2-42:	Gemessene Audio- und Rauschgangsspannung über den Eingangspegel für einen hochqualitativen FM-Demodulator .....	61

## Equation Chapter 2 Section 1

### 2.2 Winkelmodulation

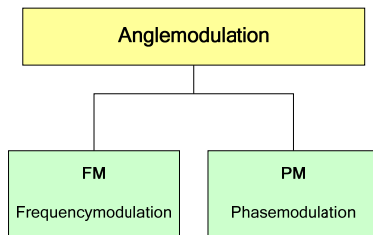


Fig. 2-1: Varianten der Winkelmodulation

#### 2.2.1 Frequenz- und Phasenmodulation

##### Frequenzmodulation:

Die Momentanfrequenz des Trägers  $\omega_c(t)$  wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst:

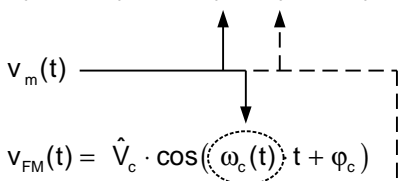
$$\omega_c(t) = f(v_m(t)) \quad (2.1)$$

##### Phasenmodulation:

Die Momentanphase des Trägers  $\varphi_c(t)$  wird durch den Modulationsinhalt beeinflusst:

$$\varphi_c(t) = f(v_m(t)) \quad (2.2)$$

Frequenz und Phase eines harmonischen Trägers sind im Argument (Winkel) der Cosinus-Funktion enthalten. Frequenz- und Phasenmodulation beeinflussen beide den Winkel. Sie werden daher unter dem Begriff **Winkelmodulation** zusammengefasst.

Carrier	$v_c(t) = \hat{V}_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c) = \hat{V}_c \cdot \cos(\Phi_c(t))$
Modulation signal	$v_m(t)$ 
FM-signal	$v_{FM}(t) = \hat{V}_c \cdot \cos(\omega_c(t) t + \varphi_c)$
PM-signal	$v_{PM}(t) = \hat{V}_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_c(t))$

(2.3)

Der bereits im unmodulierten Fall zeitabhängige Winkel des Trägers  $\Phi_c(t)$  wird also zusätzlich durch das Modulationssignal beeinflusst. Die Trägeramplitude  $\hat{V}_c$  bleibt immer konstant!

Für das Modulationssignal wird zur Betrachtung ebenfalls ein sinusförmiges Signal verwendet:

$$v_m(t) = \hat{V}_m \cos(\omega_m t) \quad (2.4)$$

Das winkelmodulierte Signal wird

$$v_{PM}(t) = \hat{V}_c \cos(\varphi_{PM}(t)) \quad (2.5)$$

Die gesamte momentane Phase  $\varphi_{PM}(t)$  ist die Summe der Momentanphase des Trägers  $\varphi_c(t) = \omega_c t$  und der Momentanphase  $\varphi_m(t)$  die durch das Modulationssignal entsteht.

$$\varphi_{PM}(t) = \varphi_c(t) + \varphi_m(t) \quad (2.6)$$

$$\varphi_m(t) = \Delta\varphi_c \cos(\omega_m t) \quad (2.7)$$

Hier ist  $\Delta\varphi_c$  die maximale Phasendifferenz zwischen moduliertem und unmoduliertem Träger.  $\Delta\varphi_c$  wird als Phasenhub oder Modulationsindex  $\eta$  bezeichnet.

$$\varphi_{PM}(t) = \omega_c t + \Delta\varphi_c \cos(\omega_m t) \quad (2.8)$$

Die Zeitfunktion des winkelmodulierten Trägers wird damit

$$v_{PM}(t) = \hat{V}_c \cos[\omega_c t + \Delta\varphi_c \cos(\omega_m t)] = \hat{V}_c \cos[\omega_c t + \eta \cos(\omega_m t)] \quad (2.9)$$

Aus der Momentanphase  $\varphi_{PM}(t)$  ergibt sich durch Differentiation nach der Zeit die momentane Kreisfrequenz des modulierten Trägers

$$\omega_{PM}(t) = \frac{d\varphi_{PM}(t)}{dt} = \omega_c - \Delta\varphi_c \omega_m \sin(\omega_m t) \quad (2.10)$$

oder mit  $\Delta\varphi_c \omega_m = \Delta\omega_c$  die Momentanfrequenz des modulierten Trägers

$$f_{PM(t)} = \frac{\omega_{PM}(t)}{2\pi} = f_c - \Delta f_c \sin(\omega_m t) \quad (2.11)$$

Der Frequenzhub  $\Delta f_c = \Delta\varphi_c f_m = \eta \cdot f_m$  ist die maximale Frequenzdifferenz zwischen moduliertem und unmoduliertem Träger.

Für den Modulationsindex  $\eta$  gilt

$$\eta = \Delta\varphi_c = \frac{\Delta f_c}{f_m} \quad (2.12)$$

Aus Gleichung (2.9) kann damit die Zeitfunktion eines frequenzmodulierten Trägers beschrieben werden

$$v_{FM}(t) = \hat{V}_c \cdot \cos\left(\omega_c t + \frac{\Delta f_c}{f_m} \cos(\omega_m t)\right) \quad (2.13)$$

Die Gleichungen (2.9) und (2.13) zeigen, dass bei konstanter Modulationsfrequenz nicht zwischen Phasen- und Frequenzmodulation unterschieden werden kann.

### Spektrum der Winkelmodulation

Für die Spektralbetrachtung müssen die Fourierkoeffizienten bestimmt werden. Dazu wird Gleichung (2.9) komplex dargestellt:

$$v_{PM}(t) = \hat{V}_c \cos[\omega_c t + \eta \cos(\omega_m t)] = \hat{V}_c \cdot \operatorname{Re}\left(e^{j(\omega_c t + \eta \cos(\omega_m t))}\right) = \hat{V}_c \cdot \operatorname{Re}\left(e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\eta \cos(\omega_m t)}\right) \quad (2.14)$$

Der Faktor  $e^{j\eta \cos(\omega_m t)}$  kann mit der Potenzreihe  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$  und  $x = j\eta \cos(\omega_m t)$

wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} e^{j\eta \cos(\omega_m t)} &= 1 + j\eta \cdot \cos(\omega_m t) + \frac{1}{2!} j^2 \eta^2 \cos^2(\omega_m t) + \frac{1}{3!} j^3 \eta^3 \cos^3(\omega_m t) + \dots \\ &= 1 + j\eta \cdot \cos(\omega_m t) + \frac{1}{2!} j^2 \eta^2 \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega_m t)] + \frac{1}{3!} j^3 \eta^3 \frac{1}{4} [\cos(3\omega_m t) + \cos(\omega_m t)] \\ &\quad + \frac{1}{4!} j^4 \eta^4 \frac{1}{8} [\cos(3\omega_m t) + 4\cos(2\omega_m t) + 3] + \dots \end{aligned} \quad (2.15)$$

Sortiert nach Frequenzen:

$$\begin{aligned} e^{j\eta \cos(\omega_m t)} &= \underbrace{\left[ 1 - \left(\frac{\eta}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\eta}{2}\right)^4 - \frac{1}{36}\left(\frac{\eta}{2}\right)^6 + \dots \right]}_{J_0(\eta)} \\ &\quad + 2j \underbrace{\left[ \left(\frac{\eta}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{2}\right)^3 + \frac{1}{12}\left(\frac{\eta}{2}\right)^5 - \dots \right]}_{J_1(\eta)} \cos(\omega_m t) \\ &\quad + 2j^2 \underbrace{\left[ \frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{2}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(\frac{\eta}{2}\right)^4 + \frac{1}{48}\left(\frac{\eta}{2}\right)^6 - \dots \right]}_{J_2(\eta)} \cos(2\omega_m t) \\ &\quad + 2j^3 \underbrace{\left[ \frac{1}{6}\left(\frac{\eta}{2}\right)^3 - \frac{1}{24}\left(\frac{\eta}{2}\right)^5 + \frac{1}{240}\left(\frac{\eta}{2}\right)^7 - \dots \right]}_{J_3(\eta)} \cos(3\omega_m t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$e^{j\eta \cos(\omega_m t)} = J_0(\eta) + 2j \cdot J_1(\eta) \cdot \cos(\omega_m t) + 2j^2 \cdot J_2(\eta) \cdot \cos(2\omega_m t) + 2j^3 \cdot J_3(\eta) \cdot \cos(3\omega_m t) + \dots \quad (2.17)$$

$J_n(\eta)$  werden als Besselfunktionen erster Art der Ordnung  $n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) bezeichnet. Ihre Funktionswerte findet man in Graphen, Tabellen oder lassen sich numerisch berechnen.

Für die Reihendarstellung gilt

$$J_n(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\eta}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!} \quad (2.18)$$

Sind die Funktionswerte für  $n = 0$  und  $n = 1$  bekannt, so können die Besselfunktionen für  $n \geq 2$  iterativ ermittelt werden:

$$J_n(\eta) = \frac{2(n-1)}{\eta} J_{n-1}(\eta) - J_{n-2}(\eta) \quad (2.19)$$

Weiter gilt für die Besselfunktionen

$$J_{-n}(\eta) = (-1)^n J_n(\eta) \quad |J_{-n}(\eta)| = |J_n(\eta)| \quad (2.20)$$

Der neue Ausdruck für  $e^{j\eta \cdot \cos(\omega_m t)}$  kann nun wieder in die Formel für  $v_{PM}(t)$  eingesetzt werden. Anschliessend ist der Realteil zu bilden:

$$\begin{aligned} v_{PM}(t) &= \hat{V}_c \cdot \operatorname{Re}\left(e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\eta \cdot \cos(\omega_m t)}\right) = \hat{V}_c \cdot \operatorname{Re}\left[(\cos(\omega_c t) - j\sin(\omega_c t)) \cdot e^{j\eta \cdot \cos(\omega_m t)}\right] \\ &= \hat{U}_c \cdot \left\{ [J_0(\eta) - 2 \cdot J_2(\eta) \cdot \cos(2\omega_m t) + \dots] \cdot \cos(\omega_c t) \right. \\ &\quad \left. - [2 \cdot J_1(\eta) \cdot \cos(\omega_m t) - 2 \cdot J_3(\eta) \cdot \cos(3\omega_m t) + \dots] \cdot \sin(\omega_c t) \right\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Mit den trigonometrischen Beziehungen  $\cos(\alpha)\cos(\beta) = 0.5[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$

und  $\cos(\alpha)\sin(\beta) = 0.5[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$  erhält man das Resultat in der gewünschten Form:

$$\begin{aligned} v_{PM}(t) &= \hat{V}_c \cdot \left\{ J_0(\eta) \cdot \cos(\omega_c t) \right. \\ &\quad - J_1(\eta) \cdot [\sin(\omega_c + \omega_m)t + \sin(\omega_c - \omega_m)t] \\ &\quad - J_2(\eta) \cdot [\cos(\omega_c + 2\omega_m)t + \cos(\omega_c - 2\omega_m)t] \\ &\quad + J_3(\eta) \cdot [\sin(\omega_c + 3\omega_m)t + \sin(\omega_c - 3\omega_m)t] \\ &\quad \left. + \dots \right\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$v_{PM}(t) = \hat{V}_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\eta) \cos\left[\omega_c t + n\left(\omega_m t + \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (2.23)$$

Das Spektrum eines winkelmodulierten Trägers mit einem sinusförmigen Modulationssignal besteht somit aus folgenden Komponenten:

- Trägerfrequenz  $f_c$  mit der Amplitude  $J_0(\eta)\hat{V}_c$ , sowie aus unendlich vielen
- Seitenfrequenzen  $f_c + n f_m$  und  $f_c - n f_m$  mit den Amplituden  $J_n(\eta)\hat{V}_c$

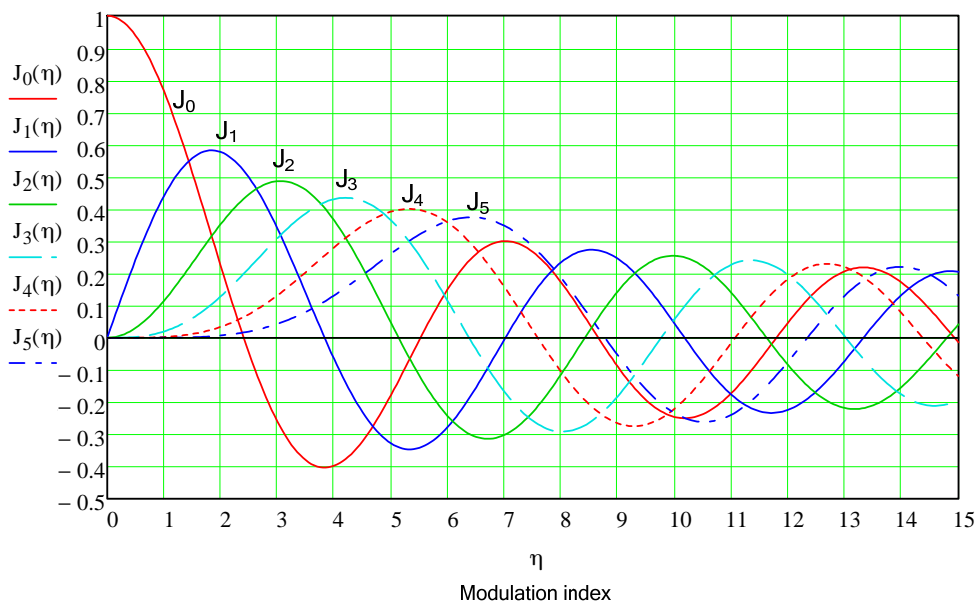


Fig. 2-2: Besselfunktionen  $J_n(\eta)$  der ersten Art und Ordnung  $n$

### Nullstellen der Besselfunktionen

Die Besselfunktionen weisen bei bestimmten Phasenhüben  $\Delta\varphi_c$  (bzw. Modulationsindex  $\eta$ ) Nullstellen auf. Diese können zum Beispiel in der Messtechnik für die präzise Bestimmung der Modulationsindexe genutzt werden.

Order n	Spectral line	Modulationsindex $\eta$			
		1 <sup>st</sup> Root	2 <sup>nd</sup> Root	3 <sup>rd</sup> Root	4 <sup>th</sup> Root
0	Carrier	2.405	5.520	8.654	11.792
1	1 <sup>st</sup> Sideband	3.832	7.016	10.137	13.324
2	2 <sup>nd</sup> Sideband	5.136	8.417	11.620	14.796
3	3 <sup>rd</sup> Sideband	6.380	9.761	13.015	16.223

Table 2-1: Nullstellen der Besselfunktionen erster Art

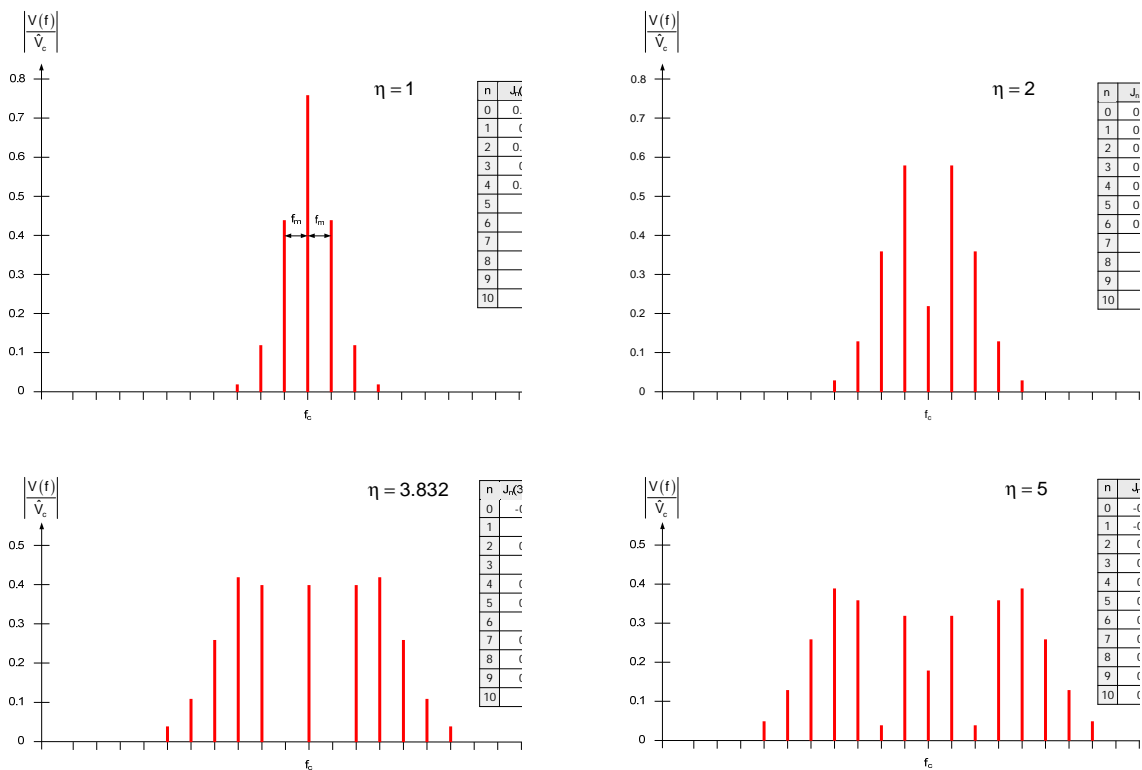


Fig. 2-3: Spektrum von winkelmodulierten Signalen mit verschiedenen Modulationsindex

Obige Spektren zeigen für  $|V(f)| \geq 0.1 \cdot \hat{V}_c$  folgende Bandbreiten:

$$\eta = 1: \quad B_{PM} = 4 \cdot f_m$$

$$\eta = 2: \quad B_{PM} = 6 \cdot f_m$$

$$\eta = 3.832: \quad B_{PM} = 10 \cdot f_m$$

$$\eta = 5: \quad B_{PM} = 12 \cdot f_m$$

Besonders zu beachten sind die Nullstellen einzelner Besselfunktionen. Im Spektrum mit  $\eta = 3.832$  ist beispielsweise die Funktion  $J_1(3.832) = 0$ . Daher sind keine Spektrallinien im Abstand von  $f_m$  zum Träger vorhanden.

### Bandbreite der Winkelmodulation

Bei Betrachtung der vorigen Beispiele und der Besselfunktionen stellt man fest, dass die Spektrallinien ab einer bestimmten Ordnungszahl  $n$  immer kleiner werden und bald Werte gegen Null annehmen. Dadurch wird das theoretisch unendlich breite Spektrum praktisch auf einen endlichen Wert begrenzt.

Werden nur Spektrallinien mit Amplituden  $\geq 0.1 \cdot \hat{V}_c$  berücksichtigt, so kann die Bandbreite eines Winkelmodulationssignals wie folgt angegeben werden (Carson-Rule):

$$B_{PM} = 2 \cdot (\Delta f + f_m) = 2 \cdot f_m \cdot (1 + \eta) \quad (2.24)$$

Werden nur Spektrallinien mit Amplituden  $\geq 0.01 \cdot \hat{V}_c$  berücksichtigt, wird die Bandbreite:

$$B_{PM} = 2 \cdot (\Delta f + 2f_m) = 2 \cdot f_m \cdot (\eta + 2) \quad (2.25)$$

Eine weitere gebräuchliche Definition für die Bandbreite ist der Frequenzbereich, der  $\geq 99\%$  der Gesamtleistung enthält.

Bei sehr kleinen Phasenhüben von  $\eta \leq 0.3$  sind alle Werte der Besselfunktionen mit  $n > 1$  kleiner als 0.01 und das Amplitudenspektrum unterscheidet sich kaum von einem AM-Signal. Das Phasenspektrum zeigt jedoch bei den Seitenfrequenzen eine Phasenverschiebung von  $-90^\circ$ . Vielfach wird dieser Fall als Schmalband-FM (narrow-band-FM, NBFM) bezeichnet:

$$\text{NBFM:} \quad \eta \leq 0.3 \quad |J_n(\eta)| \leq 0.01 \text{ for } n > 1 \quad (2.26)$$

Im Gegensatz bezeichnet man Winkelmodulation mit grossem Modulationsindex als Breitband-FM (wide-band-FM, WBFM).

Typisches Beispiel ist hier der FM-Rundfunk mit einer maximalen Modulationsfrequenz von 15 kHz und einem in der Norm festgelegten Hub von  $\Delta f = 75 \text{ kHz}$ . Damit wird der

$$\text{Modulationsindex } \eta = \frac{\Delta f}{f_{m_{\max}}} = \frac{75 \text{ kHz}}{15 \text{ kHz}} = 5 \text{ und die Bandbreite nach (2.24)}$$

$$B_{FM} = 2 \cdot (15 \text{ kHz} + 75 \text{ kHz}) = 180 \text{ kHz}$$

Wird das Spektrum berechnet befinden sich auf beiden Seiten des Trägers 8 Spektrallinien mit einer Amplitude von  $> 0.1 \hat{V}_c$  und damit die Bandbreite  $B_{FM} = 2 \cdot 8 \cdot 15 \text{ kHz} = 240 \text{ kHz}$ .

Bei AM ist das Verhältnis zwischen Bandbreite  $B_{AM}$  und der Modulationsfrequenz  $f_m$

$$\frac{B_{AM}}{f_m} = 2 \quad (2.27)$$

Bei Winkelmodulation ist dieses Verhältnis immer grösser als 2

$$\frac{B_{PM}}{f_m} = 2(1 + \eta) \quad (2.28)$$

Bei Winkelmodulation ist die belegte Bandbreite immer grösser als bei AM. Sie ist vom Modulationsindex  $\eta$  abhängig.



## Leistung von Winkelmodulationssignalen

Da bei Winkelmodulation die Amplitude des Trägers nicht verändert wird, entspricht die gesamte Leistung gerade der Leistung des unmodulierten Trägers.

$$P_{\text{PM}} = P_c = \frac{\hat{V}_c^2}{2 \cdot R} \quad (2.29)$$

Die Amplitude der Spektrallinie auf der Trägerfrequenz  $f_c$  ist bei modulierten Signalen deutlich kleiner als die Amplitude des unmodulierten Trägers. Sämtliche Zeiger des Spektrums addieren sich aber schliesslich zur konstanten Signalamplitude.

Die Summe der Leistungen sämtlicher Spektrallinien ist ebenfalls gleich der Leistung  $P_{\text{PM}}$ .

$$P_{\text{PM}} = \frac{\hat{V}_c^2}{2 \cdot R} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\eta) \quad \text{mit} \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\eta) = 1 \quad (2.30)$$

Da winkelmodulierte Signale eine konstante Amplitude aufweisen, können sie nichtlinear verstärkt werden, ohne dass Modulationsverzerrungen auftreten. Dies ist vor allem bei Sendern mit hohen Leistungen ein grosser Vorteil, weil nichtlineare Verstärker einen sehr hohen Wirkungsgrad aufweisen können.

## Darstellungsmöglichkeiten der Winkelmodulation

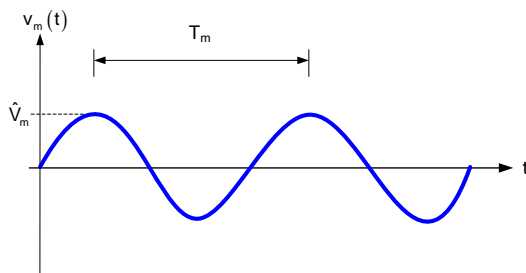


Fig. 2-4: Modulationssignal im Zeitbereich

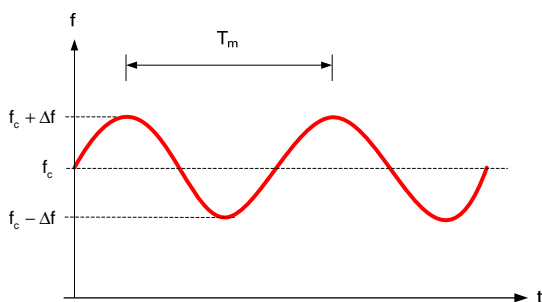


Fig. 2-5: Momentanfrequenz im Zeitbereich

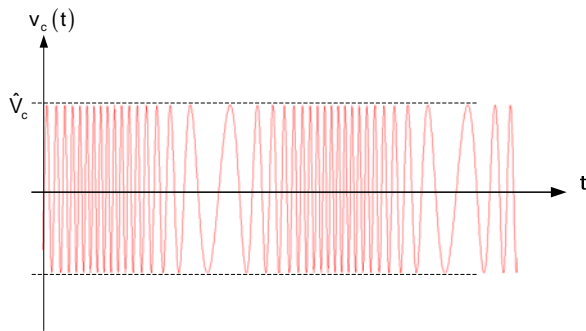


Fig. 2-6: Winkelmoduliertes Signal im Zeitbereich

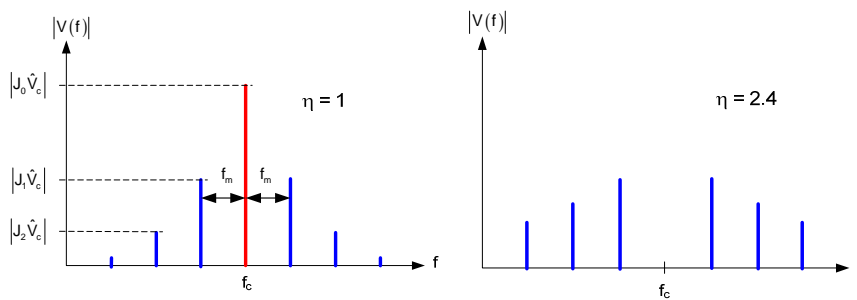


Fig. 2-7: Winkelmoduliertes Signal im Frequenzbereich

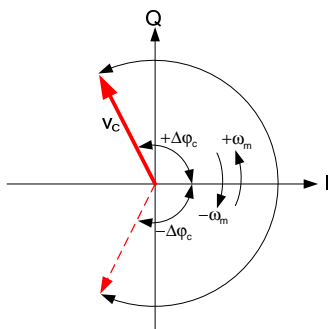


Fig. 2-8: Winkelmoduliertes Signal im Phasenbereich (pendulum phasor)

Nachstehendes Zeigerdiagramm zeigt ein PM-Signal mit sehr kleinem Modulationsindex. Die Komponente  $v_0$  bei  $f_c$  ergibt zusammen mit den beiden Komponenten  $v_{1a}$  und  $v_{1b}$  der Seitenfrequenzen das resultierend PM-Signal  $v_{PM}$ .

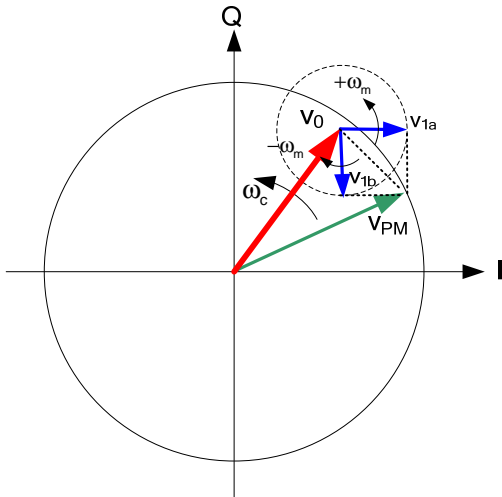


Fig. 2-9: Zeigerdiagramm für Schmalband FM

Der resultierende Zeiger  $v_{PM}$  entspricht dem pendelnden Zeiger im Pendelzeigerdiagramm. Die anderen Zeiger sind hingegen harmonische Schwingungen, also Linien im Amplitudenspektrum.

### Phasenmodulation

Das Modulationssignal beeinflusst die Phase des Trägers. Der Phasenwinkel des Trägers wird um einen Wert, der proportional zum Momentanwert des Modulationssignals ist, verändert.

Aus Gleichung (2.6):

$$\varphi_{PM}(t) = \varphi_c(t) + \varphi_m(t) = \omega_c t + \Delta\varphi_c \cos(\omega_m t) \quad (2.31)$$

Damit muss gelten

$$\varphi_{PM}(t) \sim v_m(t) \quad (2.32)$$

und

$$\Delta\varphi_c = \eta \sim \hat{V}_m \quad (2.33)$$

Der Phasenhub  $\Delta\varphi_c$  ist nicht von der Modulationsfrequenz abhängig, aber er ist proportional zur Amplitude  $\hat{V}_m$  des Modulationssignals. Der Phasenhub  $\Delta\varphi_c$  oder Modulationsindex  $\eta$  ist die maximale Phasenabweichung von der unmodulierten Trägerphase.

$$\Delta\varphi_c = \eta = k\hat{V}_m = \frac{\Delta f_c}{f_m} \quad k = \text{Modulatorkonstante} \quad (2.34)$$

Die Momentanfrequenz des phasenmodulierten Signals ergibt sich durch Differentiation nach der Zeit (2.10) und (2.11)

$$f_{PM}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_{PM}(t)}{dt} = f_c - \Delta f_c \sin(\omega_m t) \quad (2.35)$$

$$\Delta f_c = k\hat{V}_m f_m \quad (2.36)$$

Der Frequenzhub  $\Delta f_c$  ist proportional zur Amplitude  $\hat{V}_m$  des Modulationssignals, aber wegen der Differentiation ebenfalls proportional zur Modulationsfrequenz.

$$\begin{aligned} \Delta f_c &\sim \hat{V}_m \\ \Delta f_c &\sim f_m \end{aligned} \quad (2.37)$$

## Frequenzmodulation

Das Modulationssignal beeinflusst die Frequenz des Trägers. Die Frequenz des Trägers wird um einen Wert, der proportional zum Momentanwert des Modulationssignals ist, verändert.

Aus Gleichung (2.11):

$$f_{FM(t)} = f_c + f_x(t) = f_c - \Delta f_c \sin(\omega_m t) = f_c - \eta \omega_m \sin(\omega_m t) \quad (2.38)$$

Damit muss gelten

$$f_x(t) \sim v_m(t) \quad (2.39)$$

und

$$\Delta f_c \sim \hat{V}_m \quad (2.40)$$

Der Frequenzhub  $\Delta f_c$  ist nicht von der Modulationsfrequenz abhängig, aber er ist proportional zur Amplitude  $\hat{V}_m$  des Modulationssignals. Der Frequenzhub  $\Delta f_c$  ist die maximale Frequenzabweichung von der unmodulierten Trägerfrequenz  $f_c$ .

$$\Delta f_c = k \hat{V}_m = \Delta \varphi_c f_m \quad k = \text{Modulatorkonstante} \quad (2.41)$$

Die Momentanphase des frequenzmodulierten Signals ergibt sich durch Integration über die Zeit

$$\begin{aligned} \varphi_{FM}(t) &= \int \omega_{FM}(t) dt = \omega_c t + k \int v_m(t) dt \\ &= \omega_c t + \frac{\Delta f_c}{f_m} \sin(\omega_m t) = \omega_c t + \frac{k \hat{V}_m}{f_m} \sin(\omega_m t) \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\Delta \varphi_c = \frac{k \hat{V}_m}{f_m} \quad (2.43)$$

Der Phasenhub  $\Delta \varphi_c$  ist proportional zur Amplitude  $\hat{V}_m$  des Modulationssignals, aber ebenfalls umgekehrt proportional zur Modulationsfrequenz.

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_c &\sim \hat{V}_m \\ \Delta \varphi_c &\sim \frac{1}{f_m} \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$f_c = 10 \text{ kHz} \quad f_m = 500 \text{ Hz} \quad \eta = 2 \quad (\Delta f = 1 \text{ kHz})$$

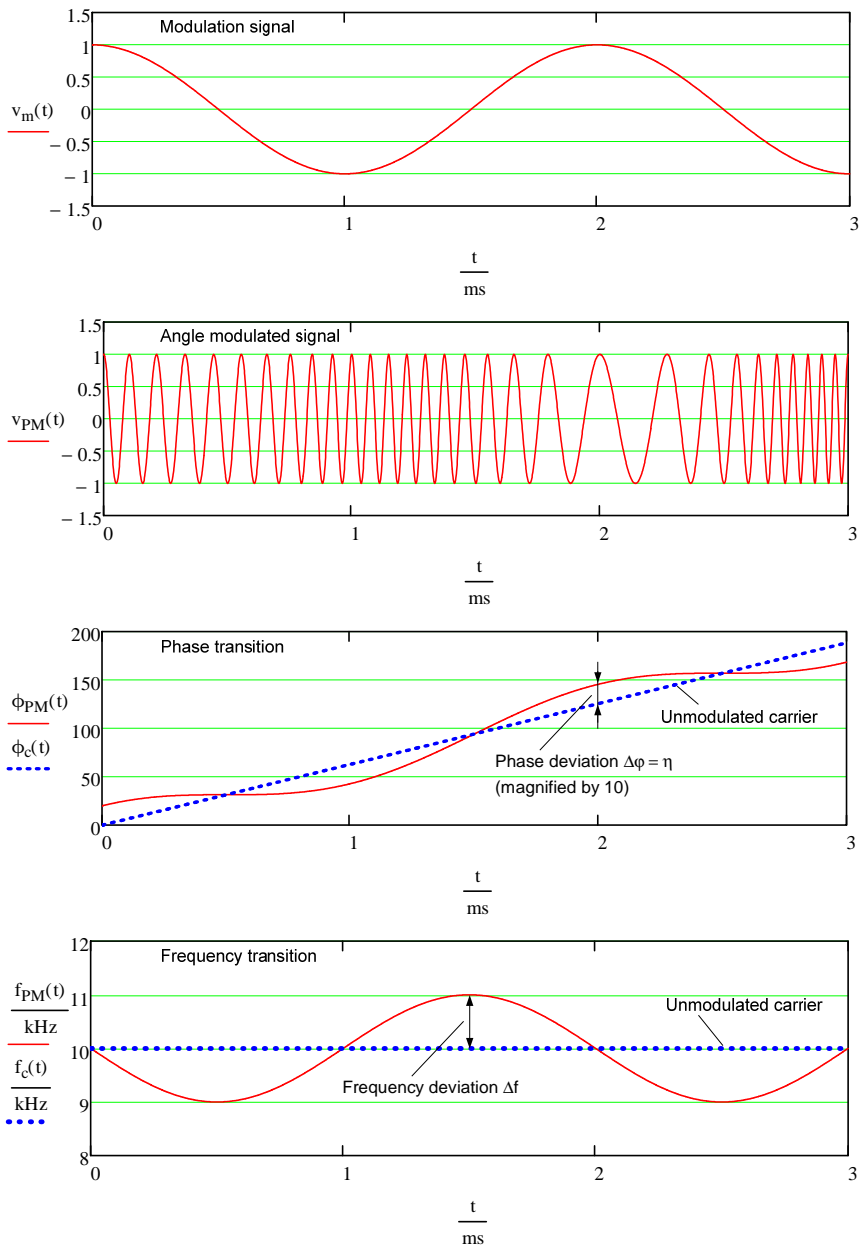


Fig. 2-10: Winkelmodulation mit sinusförmigem Modulationssignal

Fig. 2-11 zeigt ein „Pendelzeigerdiagramm“ mit der momentanen Lage des modulierten Trägerzeigers bezogen auf den unmodulierten Träger ( $0^\circ \rightarrow "1"$ ).

Der Phasenhub  $\Delta\phi_c$  entspricht der maximalen Auslenkung des pendelnden Zeigers. Der Frequenzhub  $\Delta f_c$  ist in der maximalen Pendelgeschwindigkeit  $+\omega_{\max}$  und  $-\omega_{\max}$  enthalten.

Bei einer konstanten Modulationsfrequenz  $f_m$  sind Frequenzhub  $\Delta f_c$  und Phasenhub  $\Delta\varphi_c$  bzw. Modulationsindex  $\eta$  fest miteinander verknüpft:

$$\Delta f_c = \eta \cdot f_m \quad \text{bzw.} \quad \eta = \frac{\Delta\varphi_c}{f_m} = \frac{\Delta f_c}{f_m} \quad (2.45)$$

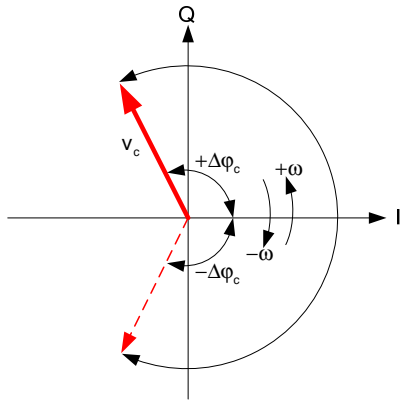


Fig. 2-11: Drehzeiger eines phasenmodulierten Signals

Bei einem sinusförmigen Modulationssignal mit konstanter Frequenz sind Frequenz- und Phasenmodulation nicht voneinander zu unterscheiden. Erst wenn bei konstanter Amplitude des Modulationssignals die Modulationsfrequenz verändert wird, werden die Unterschiede sichtbar:

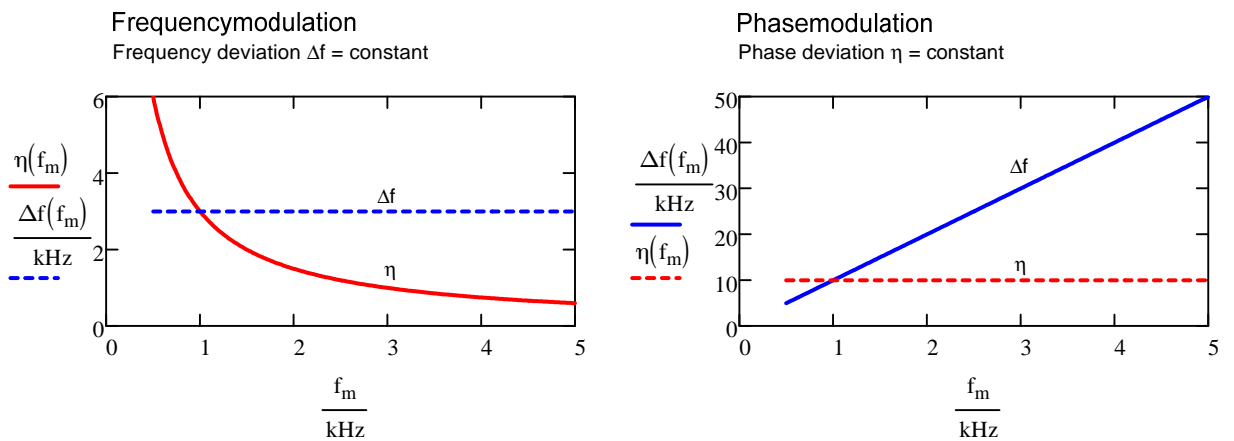


Fig. 2-12: Phasen- und Frequenzhub für Phasen- und Frequenzmodulation

## 2.2.2 Modulator-Schaltungen

Die Winkelmodulation eines Trägers kann als Phasenmodulation oder als Frequenzmodulation erfolgen. Da in der Praxis die Frequenzmodulation einfacher zu realisieren ist als die Phasenmodulation, sind die meisten praktischen Schaltungen Frequenzmodulatoren. Dazu kann die Schwingfrequenz eines Oszillators durch das Modulationssignal verändert werden. Als frequenzbestimmende Elemente in Oszillatoren werden LC-Resonanzkreise, RC-Glieder und Quartz- oder Keramikresonatoren verwendet. Bei genügend hohen Frequenzen eignen sich auch Leitungselemente als Resonatoren. Durch steuerbare Reaktanzen wie Kapazitätsdioden lassen sich die Resonanzfrequenzen beeinflussen.

Bei kleinen Frequenzänderungen von  $<1\%$  der Trägerfrequenz kann ein linearer Zusammenhang zwischen Frequenz und Steuerspannung erreicht werden. Grössere Frequenzhübe mit guter Linearität können mit Frequenzumsetzung oder Frequenzvervielfachung erreicht werden.

Die Frequenzmodulation wird auf einer hohen Trägerfrequenz erzeugt. Dabei bleibt auch ein grösserer Frequenzhub relativ zur Trägerfrequenz klein um die Linearität zu erfüllen. Das modulierte Signal wird durch Mischung auf eine tiefere Frequenz umgesetzt.

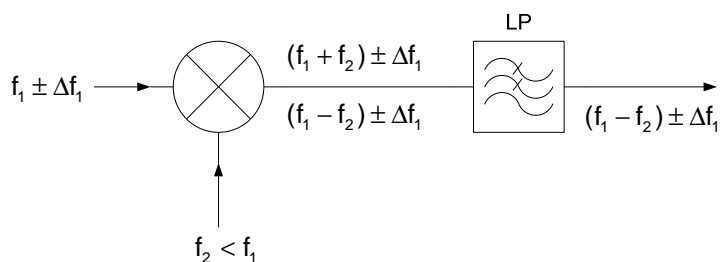


Fig. 2-13: Frequenzmodulator mit Downconverter

Eine weitere Möglichkeit ist die Frequenzmodulation mit kleinem Frequenzhub und tiefer Trägerfrequenz mit anschliessender Frequenzvervielfachung. Dieses Verfahren wird vielfach angewendet, wenn die Trägerfrequenz mit einem Quarzoszillator erzeugt wird. Damit kann eine sehr stabile Trägerfrequenz generiert werden, wobei jedoch nur ein kleiner Frequenzhub von maximal einigen 10 ppm der Trägerfrequenz erreicht werden kann.

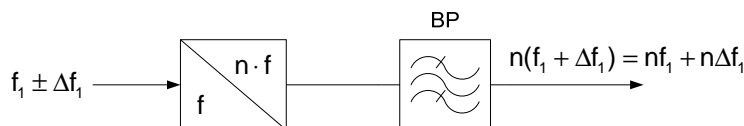


Fig. 2-14: Frequenzmodulator mit Vervielfacher

### Frequenzmodulatoren

Als FM-Modulatoren werden meist spannungsgesteuerte Oszillatoren (VCO, voltage controlled oscillator) eingesetzt. Durch die Gegentaktschaltung von zwei Kapazitätsdioden in Fig. 2-15 werden Nichtlinearitäten zweiter Ordnung teilweise kompensiert. Die Schaltung in Fig. 2-16 verwendet eine Semirigid Koaxleitung als Resonatorelement mit hohem Q. Damit kann mit kleinem mechanischen Aufwand eine gute Frequenzstabilität und kleines Phasenrauschen erreicht werden. Bei hohen Anforderungen an die Frequenzstabilität und in Schritten einstellbare Trägerfrequenzen kann eine Syntheserschaltung mit einem PLL entsprechend der Prinzipschaltung in Fig. 2-17 eingesetzt werden. Die Modulationsspannung wird der Regelspannung des PLL überlagert und bildet die Steuerspannung für den VCO. Die Frequenz des VCO ist proportional zu seiner Steuerspannung und ergibt die gewünschte Frequenzmodulation.

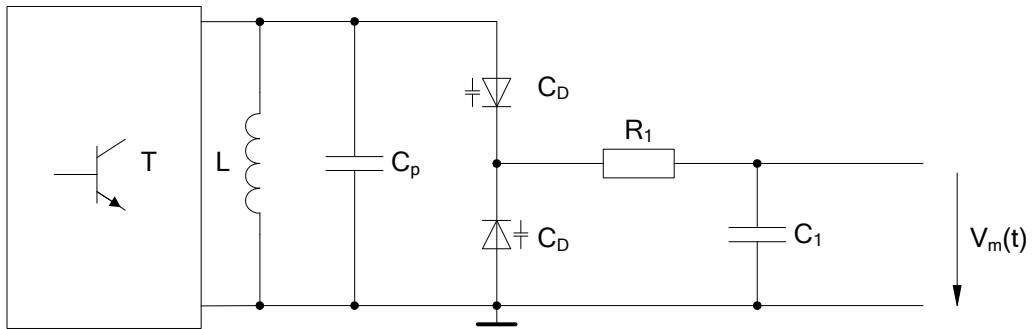


Fig. 2-15: LC-VCO mit zwei Kapazitätsdioden

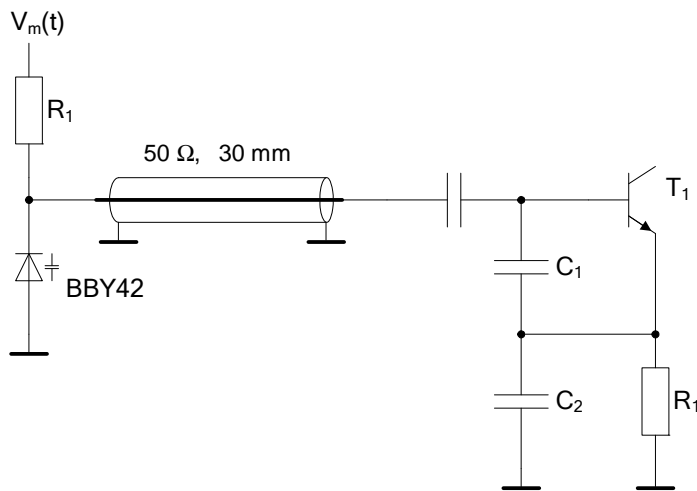


Fig. 2-16: VCO 350 – 550 MHz mit Koaxleitung als Resonator

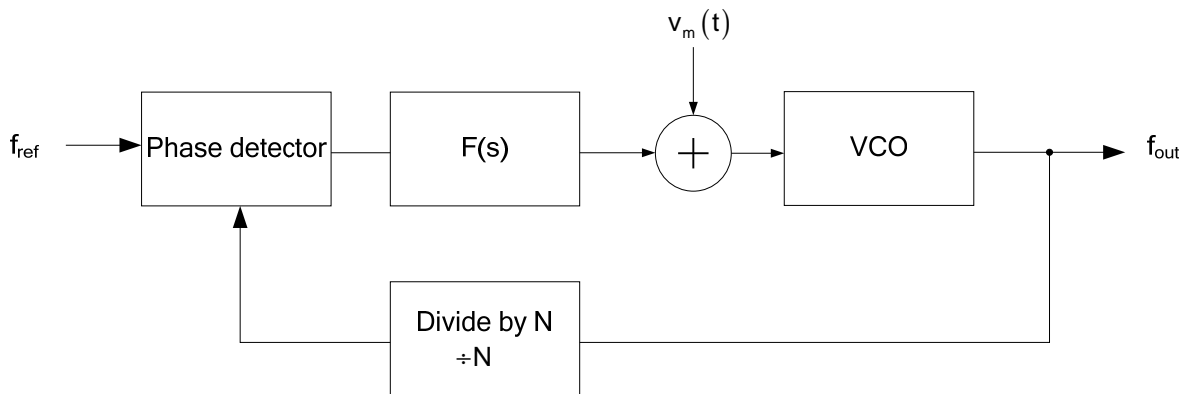


Fig. 2-17: Frequenzmodulator mit Phase Locked Loop Synthesizer

### Phasenmodulatoren

Für kleine Phasenhübe können steuerbare Bandpassfilter als Phasenschieber eingesetzt werden. Sie erlauben die Phasenmodulation von Trägern, die durch hochstabile Oszillatoren erzeugt werden. Der erzeugte Phasenhub kann anschliessend mit Frequenzvervielfachern gemäss Fig. 2-14 vergrössert werden.



Eine einfache Methode zur Erzeugung von Phasenmodulation ist der Quadraturmodulator gemäss Fig. 2-18. Im Multiplizierer wird das Modulationssignal mit dem Träger multipliziert und erzeugt ein DSB-Signal mit unterdrücktem Träger. Zu diesem Signal wird der um  $90^\circ$  phasenverschobene Träger addiert. Die im resultierenden phasenmodulierten Signal noch vorhandene Amplitudenmodulation kann durch einen Begrenzer unterdrückt werden.

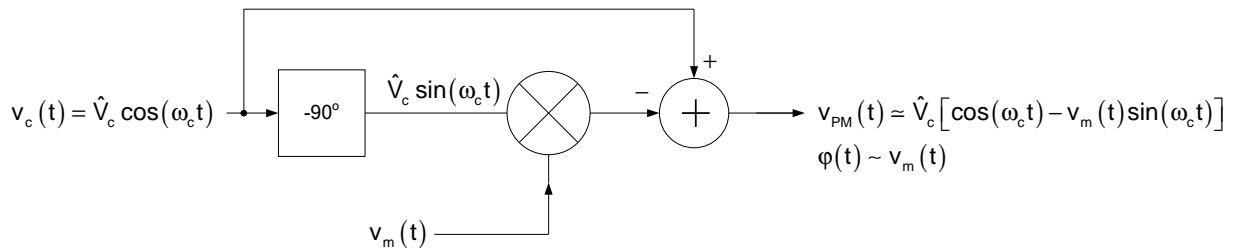


Fig. 2-18: Quadrature Phasen Modulator

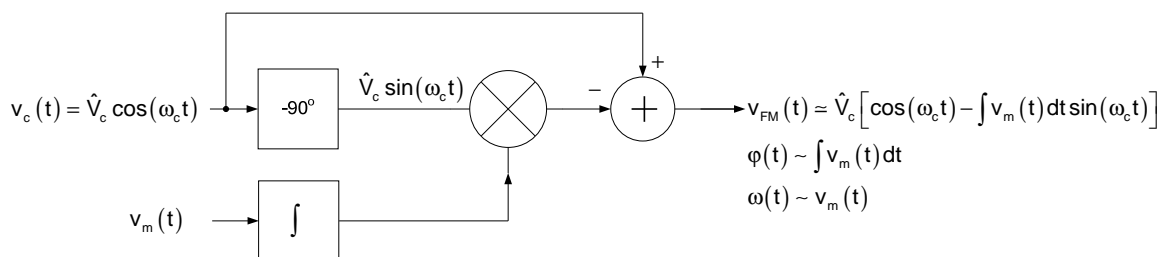


Fig. 2-19: Quadrature Frequenz Modulator

### Indirekte Frequenz- und Phasenmodulation

FM und PM unterscheiden sich nur durch den Modulationsfrequenzgang. Die Gleichung (2.35) zeigt, dass mit einem Frequenzmodulator eine Phasenmodulation erzeugt werden kann, wenn das Modulationssignal differenziert wird. Der Differentiator kann als RC-Hochpass realisiert werden.

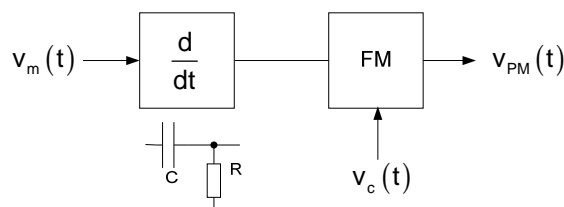


Fig. 2-20: Phasenmodulation mit Differenzierer und Frequenzmodulator

Umgekehrt kann wie Gleichung (2.42) zeigt, durch Integration des Modulationssignals mit einem Phasenmodulator eine Frequenzmodulation erzeugt werden. Der Integrator kann durch einen RC-Tiefpass realisiert werden.

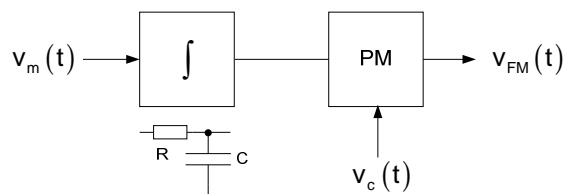


Fig. 2-21: Frequenzmodulation mit Integrator und Phasenmodulator

## Preemphasis und Deemphasis

Mehrere Ursachen führen dazu, dass bei Winkelmodulation der Rauschabstand mit zunehmender Frequenz des Modulationssignals abnimmt:

- Die meisten analogen Signale (Musik, Sprache) weisen bei höheren Frequenzen eine kleinere Leistungsdichte auf als bei mittleren und tiefen Frequenzen.
- Am Demodulatorausgang des Empfängers steigt die Rauschleistungsdichte mit zunehmender Frequenz
- Bei Frequenzmodulation nimmt der Modulationsindex mit steigender Modulationsfrequenz und konstantem Frequenzhub ab  $\eta = \Delta f / f_m$

Um das Signal-Rauschverhältnis zu verbessern, werden auf der Senderseite die Amplituden höherer Modulationsfrequenzen angehoben (Preemphasis) und auf der Empfängerseite wieder abgesenkt (Deemphasis), um über das ganze System einen linearen Amplitudengang zu erhalten.

Die Preemphasis und Deemphasis werden durch einfache RC-Hoch- und Tiefpässe realisiert.

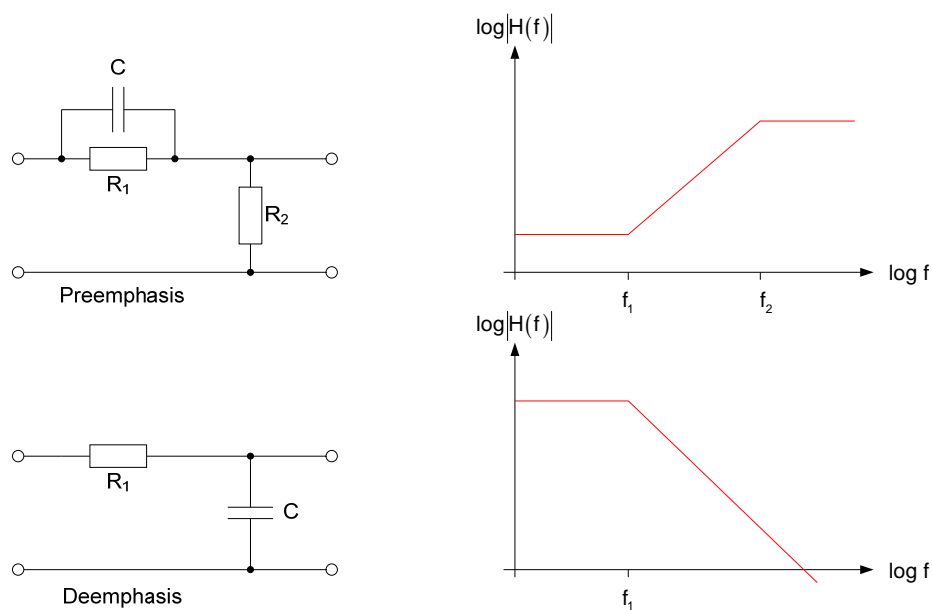


Fig. 2-22: Preemphasis und Deemphasis

Die Grenzfrequenzen oder Zeitkonstanten der Hoch- und Tiefpässe sind für Rundfunksysteme in Normen festgelegt. Für FM-Rundfunk gilt in Europa eine Zeitkonstante von  $50 \mu\text{s}$ . Dies entspricht einer Grenzfrequenz von  $3.18 \text{ kHz}$ . (USA:  $75 \mu\text{s}$ ,  $2.12 \text{ kHz}$ ).

Für die Dimensionierung der RC-Glieder gilt:

$$\tau = \frac{1}{2\pi f} \quad f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C} \quad f_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} f_1$$

Für  $f_2$  wird eine Frequenz gewählt die grösser ist als die grösste Audiofrequenz.

Mit Hilfe der Preemphasis und Deemphasis kann auf der Empfangsseite eine Verbesserung des Signal-Rauschabstandes von ungefähr  $7 \text{ dB}$  erreicht werden.

### 2.2.3 Demodulator-Schaltungen

Winkelmodulierte Signale enthalten die Information in den Frequenz- und Phasenschwankungen, also praktisch in den „Nulldurchgängen“. Ihre Amplituden sind dagegen konstant und damit ohne Informationsgehalt.

Die auf dem Übertragungsweg hinzugefügten Störungen wirken vorwiegend als Amplitudenschwankungen. Es ist daher meist sinnvoll, einen grossen Teil dieser Störungen vor der eigentlichen Demodulation mit einem Begrenzer wegzuschneiden.

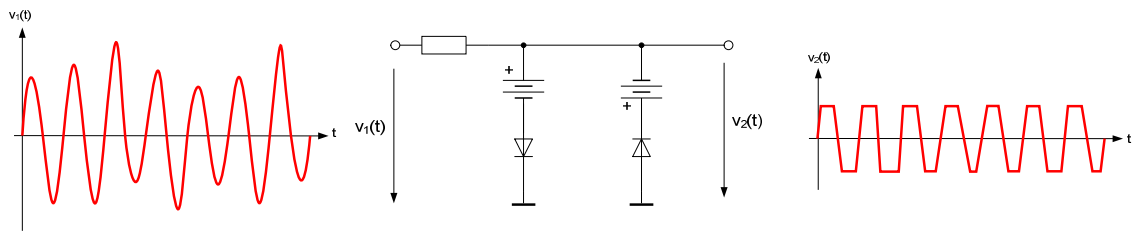


Fig. 2-23: Amplitudenbegrenzer

Dies ist besonders notwendig, wenn die Demodulation mit einem FM/AM-Wandler (Diskriminator) erfolgt.

#### Flankendiskriminator

Früher wurden winkelmodulierte Signale praktisch ausschliesslich über einen Diskriminator (FM/AM-Wandler) mit anschliessendem AM-Demodulator demoduliert.

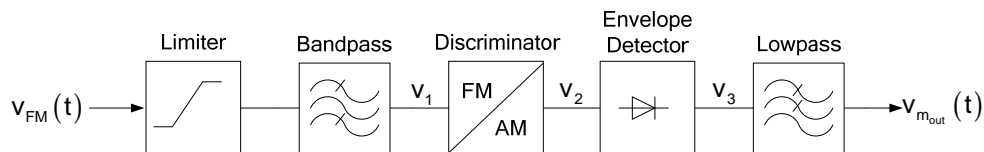


Fig. 2-24: Blockschaltbild des Flankendiskriminators

Für den Diskriminator kann in einfachster Form ein Differentiator verwendet werden. Ohne Berücksichtigung von Begrenzer und Bandpassfilter gilt:

$$v_{FM}(t) = v_1(t) = \hat{V}_c \cos \left[ \omega_c t + k \int v_m(t) dt \right] = \hat{V}_c \cos [\omega_c t + \varphi(t)] \quad (2.46)$$

$$v_2(t) = \frac{dv_1(t)}{dt} = -\hat{V}_c \left[ \omega_c + \frac{d\varphi}{dt} \right] \sin(\omega_c t + \varphi(t)) \quad (2.47)$$

$$v_3(t) = \hat{V}_c \left[ \omega_c + \frac{d}{dt} \varphi(t) \right] = \hat{V}_c \omega_c + \hat{V}_c 2\pi k v_m(t) \quad (2.48)$$

$$v_{m_{out}}(t) = \hat{V}_c 2\pi k v_m(t) \quad v_{m_{out}}(t) \sim v_m(t) \quad (2.49)$$

In der Praxis wird als Diskriminator ein Bandpassfilter mit möglichst steiler Flanke verwendet.

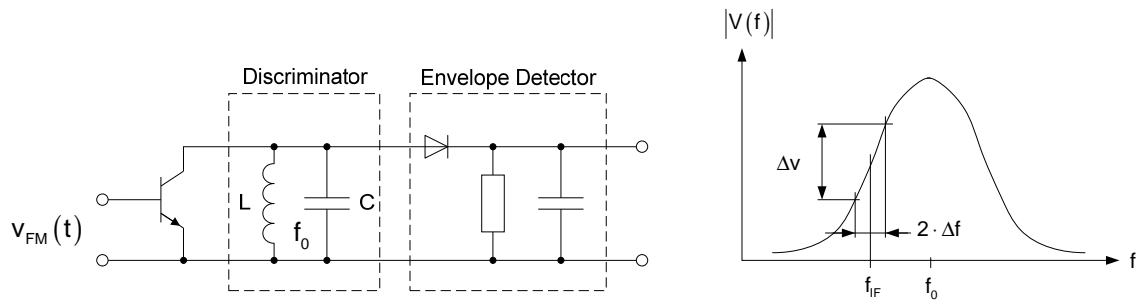


Fig. 2-25: Flankendiskriminator

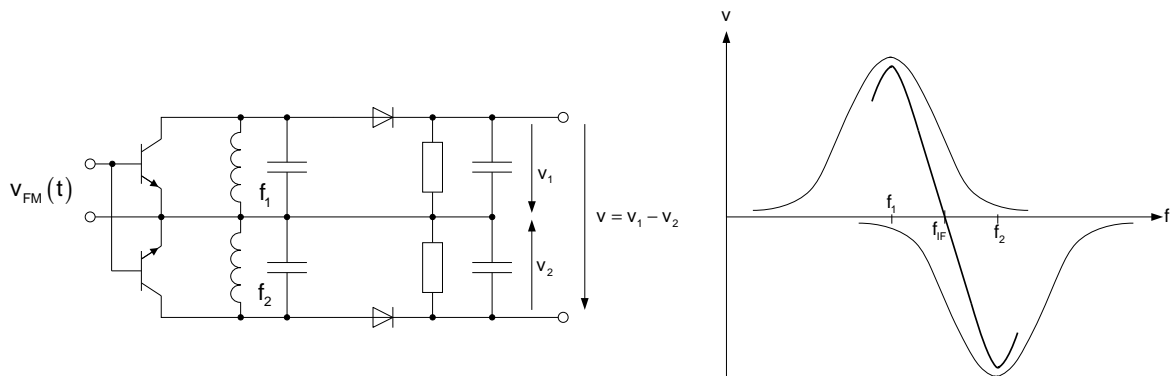


Fig. 2-26: Gegentakt Flankendiskriminator

Beim Differential Flankendetektor Fig. 2-26 werden zwei Schwingkreise verwendet. Die Resonanzfrequenz eines Kreises liegt oberhalb der Mittenfrequenz, die des zweiten Schwingkreises unterhalb. Die resultierende Detektorkennlinie weist eine grössere Bandbreite und bessere Linearität auf.

### Phasendiskriminator

Besonders gute Eigenschaften zeigt der nebenstehende Phasendiskriminator, der im wesentlichen aus einem induktiv gekoppelten Zweikreisbandpassfilter besteht.

Diese klassische Schaltung in Fig. 2-27 nützt die im Bandpassfilter entstehenden, frequenzabhängigen Phasendrehungen wie in Fig. 2-28 gezeigt aus.

Der Phasendiskriminator ist auch unter den Namen Foster-Seeley-Diskriminator bekannt. Eine leicht modifizierte Schaltung in der die kapazitive Kopplung mit  $C_k$  durch eine induktive Kopplung ersetzt wurde, wird Riegger-Kreis genannt.

Trotz seinem Namen ist der Phasendiskriminator ein FM-Demodulator.

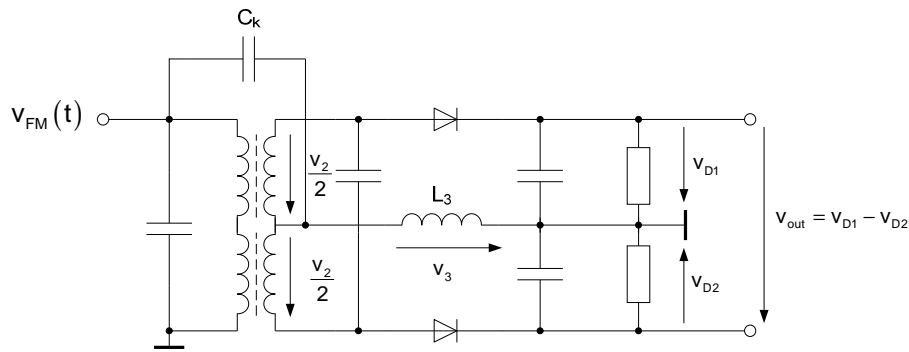


Fig. 2-27: Phasendiskriminator (Foster-Seeley)

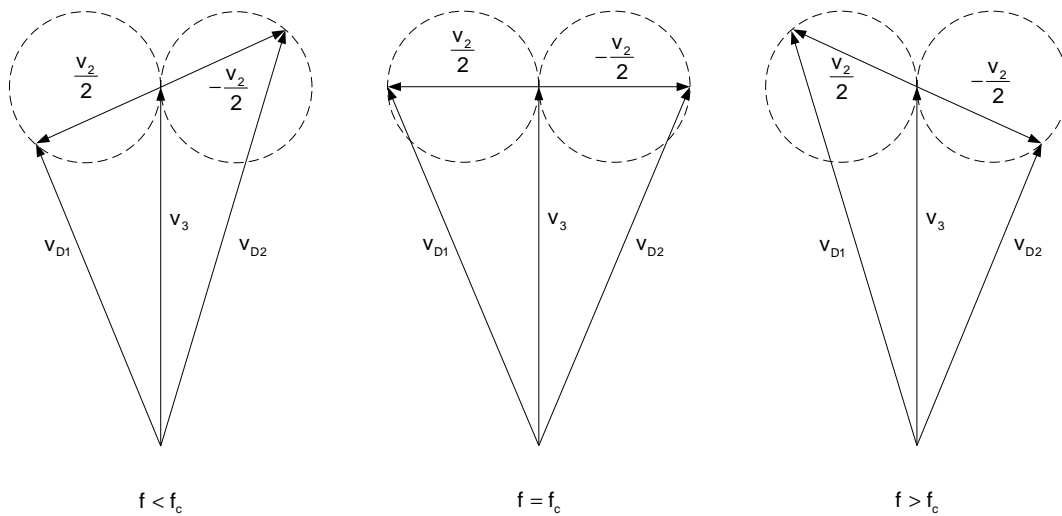


Fig. 2-28: Drehzeiger des Phasendiskriminators

Diese Schaltungen haben ihre Bedeutung stark verloren, weil sie nicht ohne grossvolumige und teure LC-Schwingkreise realisiert werden können. In der modernen integrierten Schaltungstechnik haben sich der Quadraturdemodulator und der PLL-Demodulator durchgesetzt. Beide können fast vollständig integriert werden, benötigen nur sehr wenige externe Elemente und sind meist ohne manuellen Abgleich realisierbar.

### PLL als FM-Demodulator

Zur FM-Demodulation werden heute oft Phasenregelkreise (PLL, phase locked loop) eingesetzt. Die Schaltungsblöcke Phasendetektor, Tiefpassfilter und VCO bilden einen Regelkreis, welcher die VCO-Frequenz mit der winkelmodulierten Eingangsfrequenz synchronisiert.

Im Phasendetektor werden die beiden Signale miteinander verglichen. Sobald ein Phasenfehler auftritt, wird der VCO entsprechend nachgeregelt.

Da die VCO-Frequenz proportional zur Steuerspannung ist, entspricht diese Steuerspannung gleichzeitig den Frequenzschwankungen des Eingangssignals, was einer FM-Demodulation gleich kommt.

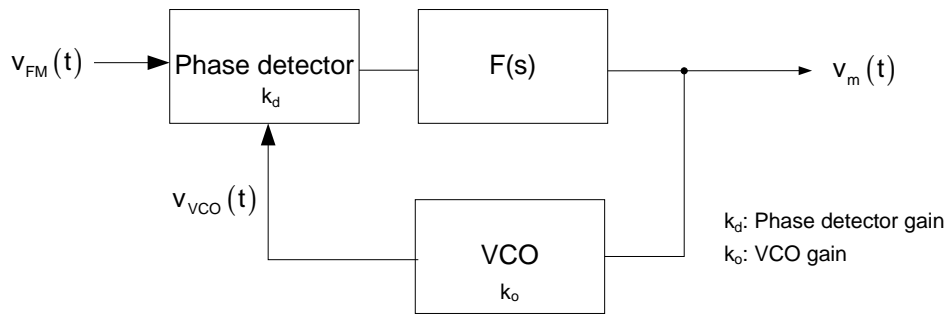


Fig. 2-29: PLL FM-Demodulator

$$v_{FM}(t) = \hat{V}_c \cos[\omega_c t + \Delta\phi_1(t)] \quad (2.50)$$

$$v_{VCO}(t) = \hat{V}_{VCO} \cos[\omega_{VCO} t + \Delta\phi_{VCO}(t)]$$

Im eingerasteten Zustand mit  $\omega_c = \omega_{VCO}$  gilt  $v_m(t) = k_d \sin(\Delta\phi(t))$

$$\text{und f\u00fcr } \Delta\phi(t) < \frac{\pi}{6} \quad v_m(t) \approx k_d \Delta\phi(t) \quad (2.51)$$

Mit  $\Delta\omega_c(t) \sim \Delta\omega_{VCO}(t) = k_o v_m(t)$  gilt

$$v_m(t) \sim \Delta f_c(t) \quad (2.52)$$

### Quadraturdemodulator

F\u00fcr den Quadraturdemodulator sind weitere Bezeichnungen und Varianten gebr\u00e4uchlich: Koinzidenzdemodulator, Produktdemodulator. Die Prinzipschaltung zeigt Fig. 2-30.

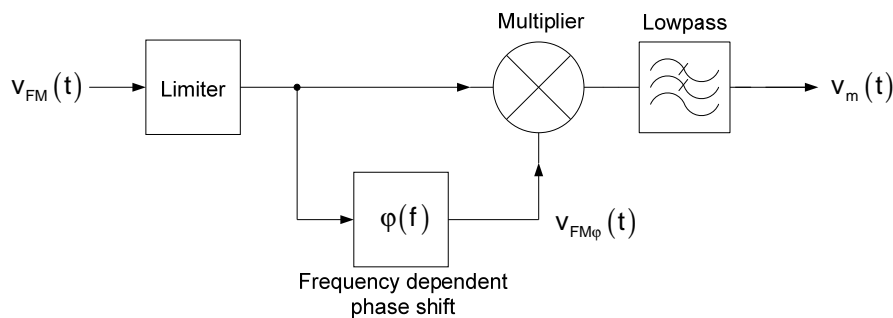


Fig. 2-30: Quadraturdemodulator

Der Multiplizierer multipliziert das frequenzmodulierte Signal mit dem frequenzabh\u00e4ngig phasengedrehten Signal.

$$v_{FM}(t) = \hat{V}_c \cos\left[\omega_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \cos(\omega_m t)\right] \quad (2.53)$$

$$v_{FM\phi}(t) = \hat{V}_c \cos\left[\omega_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \cos(\omega_m t + \phi(f))\right]$$

Nach Multiplikation und Tiefpassfilterung wird  $v_m(t) = \hat{V} \cos(\varphi(f))$  und mit  $\varphi(f) = \frac{\pi}{2} \pm \Delta\varphi(f)$

$$v_m(t) = \mp \hat{V} \sin(\Delta\varphi(f)) \quad (2.54)$$

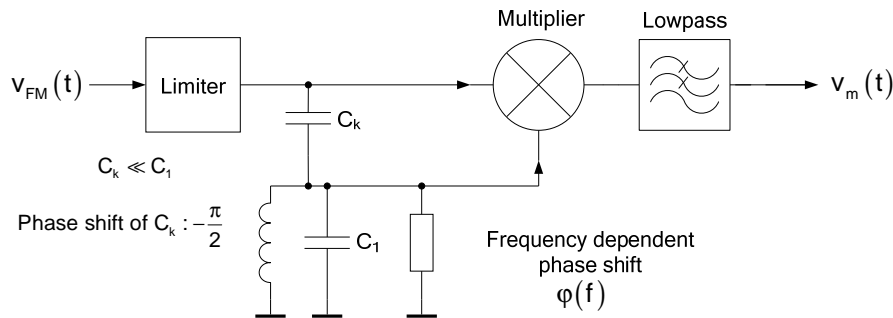


Fig. 2-31: Schaltung für frequenzabhängige Phasenschiebung

### WM-Modulatoren und Demodulatoren mit DSP

Heute werden Modulatoren und Demodulatoren immer mehr auch mit digitalen Signalprozessoren DSP realisiert. Bei einem DSP-Modulator wird das Modulationssignal digitalisiert, anschließend das WM-Signal berechnet und über einen DA-Wandler wieder ausgegeben. Umgekehrt digitalisiert ein DSP-Demodulator das HF- oder ZF-Signal und berechnet daraus das Modulationssignal, welches er wieder über einen DA-Wandler ausgibt.

#### 2.2.4 Stereo Rundfunk System

Bei der Einführung des Stereo-Rundfunks 1961 wurde ein System gewählt, das den Empfang mit Mono-Empfängern weiterhin gewährleistet. Die für Mono-Systeme festgelegten Parameter wie maximaler Frequenzhub, Frequenzbereich des Modulationssignals, Kanalabstand und weitere mussten beibehalten werden. Heute wird ein von den Regulierungsbehörden FCC (Federal Communications Commission, USA) und CCIR (Comité Consultatif International des Radiocommunications) normiertes Verfahren verwendet. Dabei wird vom Sender ein Summensignal des rechten und linken Audiosignals  $s_L(t) + s_R(t)$  und ein Differenzsignal  $s_L(t) - s_R(t)$  übertragen. Auf der Empfangsseite werden durch Addition und Subtraktion der beiden Signale wieder die ursprünglichen Audiosignale des rechten und linken Kanals zurückgewonnen.

$$[s_L(t) + s_R(t)] + [s_L(t) - s_R(t)] = 2 \cdot s_L(t)$$

$$[s_L(t) + s_R(t)] - [s_L(t) - s_R(t)] = 2 \cdot s_R(t)$$

Das Stereo-System verwendet ein Frequenzmultiplexverfahren dessen Spektrum in Fig. 2-32 gezeigt ist. Dieses „Stereo-Multiplex-Signal) MPX oder Composit Basisband enthält das Summensignal  $s_L(t) + s_R(t)$ , das in seiner ursprünglichen Frequenzlage beibehalten wird und so ein für Monoempfänger kompatibles Signal darstellt. Weiter wird das Differenzsignal  $s_L(t) - s_R(t)$  auf einem Hilfst Träger von 38 kHz DSB-SC moduliert. Der Träger wird auf einen Wert von  $\leq 1\%$  unterdrückt. Um im Empfänger den Träger für die phasenrichtige Demodulation einfach zurückzugewinnen, wird ein Pilotton von 19 kHz, der phasenstarr vom 38 kHz-Träger hergeleitet wird, hinzugefügt. Seine Amplitude beträgt 10% des Maximalwertes des Multiplexsignals.

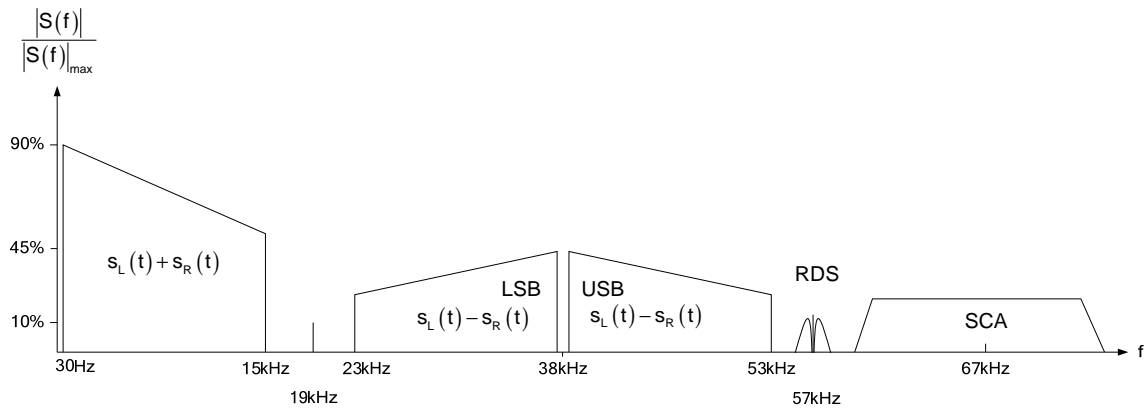


Fig. 2-32: Spektrum des Stereo-Basisbandes (Multiplex-signal)

Weitere Dienste wie ARI (Autofahrer Rundfunk Information), RDS (Radio Data System) und SCA (Subsidiary Communications Authorization) sind hinzugekommen.

**ARI:** Dieser Dienst ermöglicht die Aktivierung stumm geschalteter Geräte mit Hilfe einer Durchsagekennung DK. Die eingestellte Lautstärke wird erhöht und von anderen Audioquellen auf die Nachrichtendurchsage umgeschaltet. ARI wurde 1975 eingeführt und in Europa bis 2005 betrieben. Ab 1988 lief ein Parallelbetrieb zum neuen RDS. Ein phasensynchroner mit dem Pilotton verknüpfter Träger von 57 kHz wird mit einer von 6 möglichen Frequenzen im Bereich von 23 bis 54 kHz amplitudenmoduliert. Der Modulationsgrad beträgt 60%. Diese Frequenzen werden zur Unterscheidung von geographischen Gebieten verwendet. Während der Nachrichtendurchsage wird für die Durchsagekennung DK der Träger zusätzlich mit 125 Hz und einem Modulationsgrad von 30% amplitudenmoduliert. Alle Modulationsfrequenzen lassen sich mit einem ganzzahligen Teiler vom Pilotton herleiten.

**RDS:** Mit diesem System werden sehr viele zusätzliche Informationen in digitalen Datenpaketen übertragen. RDS ist in der Norm EN 62106 standardisiert. Einige der wichtigsten Informationen die übertragen werden sind: Programm Identification PI, Programm Service Name PS, Alternative Frequency AF, Traffic Programm TP, Traffic Announcement TA, Radio Text RT, Clock Time CT, Traffic Message Channel TMC, Enhanced Other Network EON. Benutzt wird ein 57 kHz-Träger der in Quadratur zum ARI-Träger steht. Damit wird ein Parallelbetrieb von ARI und RDS gewährleistet. Die Bitrate der RDS-Daten beträgt 1187.5 bit/s. Diese Daten werden Manchester-codiert und mit einem Root-Cosine-Filter mit  $\alpha = 1$  gefiltert. Mit diesem Signal wird der 57 kHz-Träger mit einer binären Phasenumtastung und einer Symbolrate von 2375 Symb/s moduliert. Die RDS-Daten werden in Datenblöcken von 26 Bit gepackt. Jeder Block enthält 16 Datenbits und wird mit 10 Prüfbits zur Fehlererkennung und -Korrektur ergänzt. 4 Blöcke werden zu einer Gruppe von 104 Bit zusammengefasst. Informationen über die Gruppentypen und die Codierung ist in der Norm EN 6106 zu finden. Das RDS-Signal soll im frequenzmodulierten Signal einen Frequenzhub von 4 kHz aufweisen.

**SCA:** Wird hauptsächlich in den USA und Kanada zur Übertragung von weiteren Informationen wie Stock market reports, background music, foreign language programs, etc. verwendet. Ein oder mehrere Träger im Frequenzbereich zwischen 60 kHz und 100 kHz werden mit der Information moduliert. Viel verbreitet ist ein frequenzmodulierter Träger von 67 kHz zur Übertragung von background music in shopping centers.



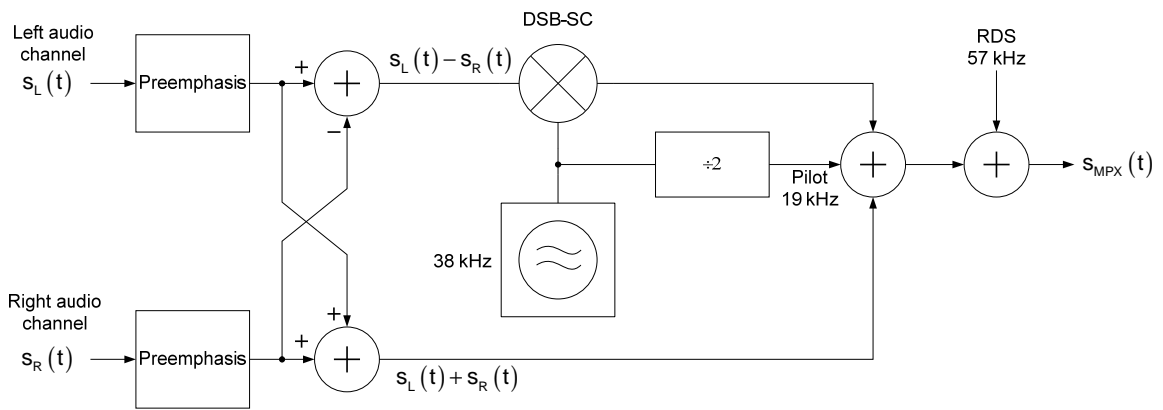


Fig. 2-33: Blockschaltbild des Stereocoders

Das komplette Basisbandsignal (MPX) wird auf einen FM-Modulator des Senders gegeben. Damit die Bandbreite des modulierten Stereosignals durch die grössere Bandbreite des Basisbandes (57 kHz ohne SCA gegenüber 15 kHz bei Mono) nicht unzulässig gross wird, wurde bei Stereo der maximale Frequenzhub von 75 kHz auf 67.5 kHz reduziert. Nach Carson (2.24) wird somit die Bandbreite des frequenzmodulierten Stereosignals

$$B = 2(67.5 \text{ kHz} + 57 \text{ kHz}) = 249 \text{ kHz}$$

gegenüber 180 kHz bei Mono.

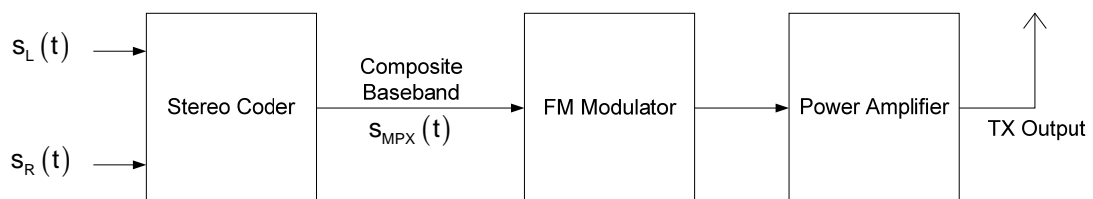


Fig. 2-34: Stereo Sender

Im Empfänger wird zuerst mit einem FM-Demodulator das Multiplexsignal zurückgewonnen. Zur Decodierung des Stereo Multiplexsignals und Rückgewinnung des linken und rechten Audiosignals gibt es mehrere Lösungen.

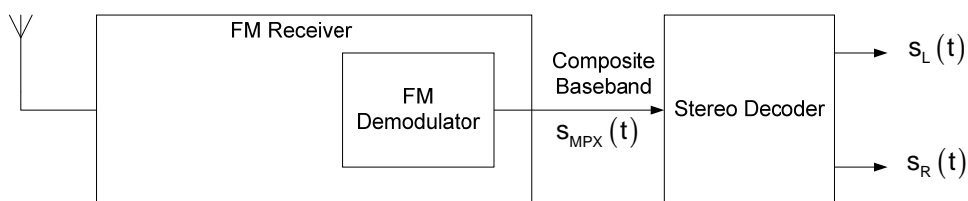


Fig. 2-35: Stereo Empfänger

## 2.2.5 Stör- und Rauschverhalten von WM

### Verzerrungen durch Bandbreiteneinschränkung

Wird für winkelmodulierte Signale die Zeigerdarstellung des Signals angewandt, setzt sich der Summenzeiger zu jedem beliebigen Zeitpunkt aus mehreren Zeigern zusammen. Wie Gleichung (2.23) zeigt, liefert jede Spektrallinie  $J_{-n}(\eta)$  bis  $J_{+n}(\eta)$  einen Zeiger. Die vektorielle Summe aller Zeiger ergeben zu jedem Zeitpunkt einen Punkt auf einem Kreis in der komplexen Ebene.

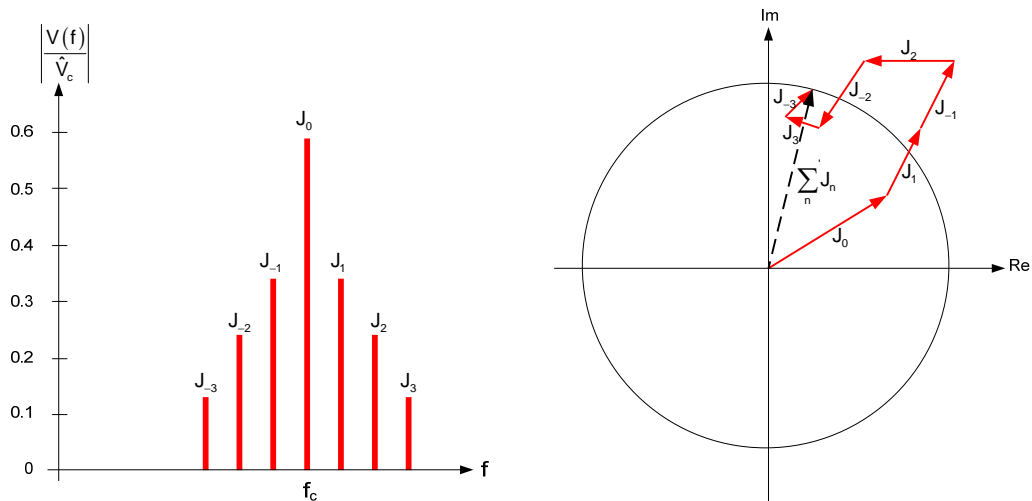


Fig. 2-36: Spektrum und Zeigerdiagramm eines frequenzmodulierten Signals

Die Zeigerspitze des Summenzeigers bewegt sich nur dann auf einer kreisförmigen Ortskurve, wenn alle Zeiger der Spektrallinien mit der richtigen Zeigerlänge und Phase vorhanden sind. Sind im Übertragungsweg lineare Verzerrungen wie Amplitudengang oder Gruppenlaufzeitänderungen vorhanden, so werden die Zeiger der Spektrallinien verfälscht oder fehlen ganz, wenn die Bandbreite zu klein ist. Der momentane Summenzeiger weist dann gegenüber seinem Sollwert eine fehlerhafte Länge und einen fehlerhaften Winkel auf. Da der ideale Demodulator die Phase  $\varphi(t)$  des Signals detektiert, liefert er ein falsches Ausgangssignal. Die Verzerrungen des demodulierten Signals sind nichtlinear.

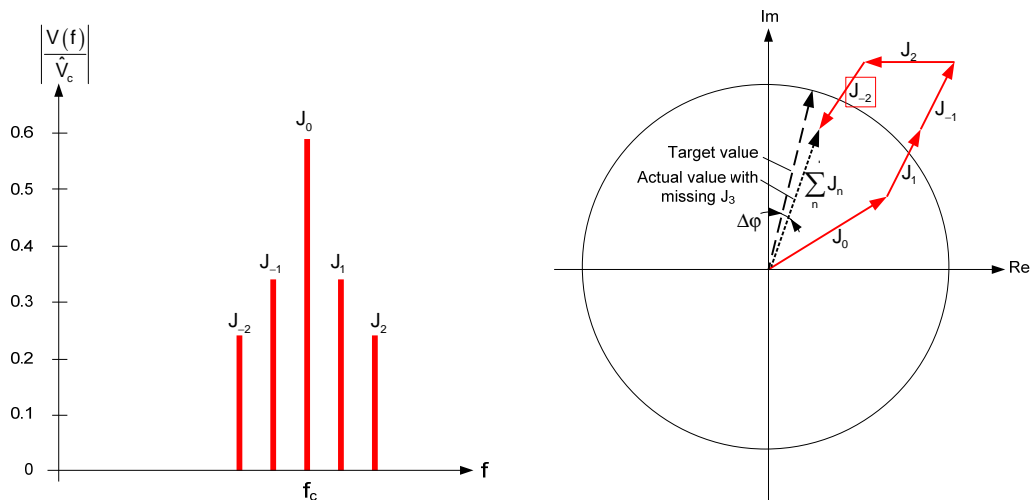


Fig. 2-37: Spektrum und Zeigerdiagramm eines frequenzmodulierten Signals mit fehlenden Spektrallinien aufgrund zu kleiner Bandbreite

Es entstehen neue Harmonische (Harmonic distortion) im demodulierten Signal. Hauptursache für lineare Verzerrungen im System sind meistens die Zwischenfrequenzfilter. Ist deren Bandbreite zu klein, werden Spektralanteile des Signals abgeschnitten, ist die Bandbreite zu gross, wird die Nachbarkanalunterdrückung zu klein. Als Faustformel für die notwendige Bandbreite für einen geforderten Klirrfaktor des demodulierten Signals gilt:

$$\begin{aligned}
 \text{THD} < 10\% : \quad B &\geq 2(\Delta f + f_{m_{\max}}) && \text{(Carson Rule)} \\
 \text{THD} < 1\% : \quad B &\geq 2(\Delta f + 2f_{m_{\max}}) && \text{see also (2.24) and (2.25)}
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

Hier sind die Verzerrungen des Demodulators nicht berücksichtigt.

## Rauschen

Ähnlich wie in Kapitel 2.1.8 werden wieder die Signal- und Rauschleistungen am Ein- und Ausgang des Demodulators bestimmt und daraus die Signal-Rausch-Verhältnisse berechnet. Fig. 2-38 zeigt das Blockschaltbild mit dem FM-Demodulator.

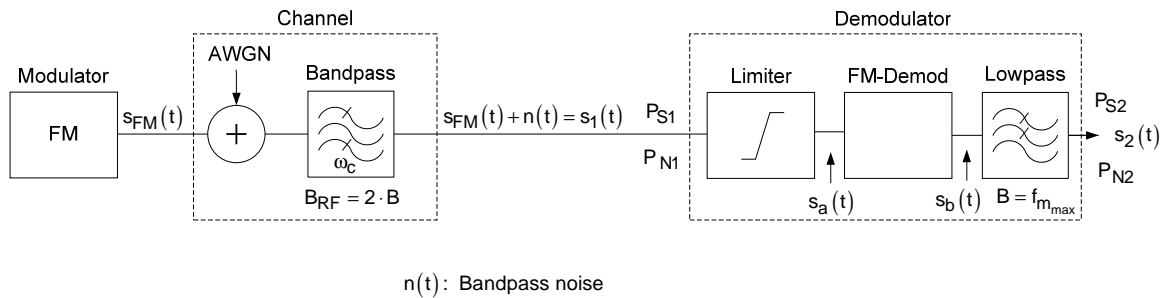


Fig. 2-38: Blockschaltbild für die Rauschanalyse eines FM-Systems

Eine etwas aufwändige Analyse ergibt für Frequenzmodulation

$$\left(\frac{S}{N}\right)_2 = \frac{3}{2} \eta^2 \left(\frac{S}{N}\right)_1 \quad \text{FM(2.56)}$$

und für Phasenmodulation

$$\left(\frac{S}{N}\right)_2 = \frac{1}{2} \eta^2 \left(\frac{S}{N}\right)_1 \quad \text{PM(2.57)}$$

Phasendemodulation ist demnach um den Faktor 3 oder 4.8 dB schlechter als FM.

Fig. 2-39 zeigt die Signal-Rausch-Verhältnisse für FM-Demodulatoren. Für die Herleitung der Gleichungen wurden unter anderem die Approximationen  $\Delta f \ll f_m$  und  $n(t) \ll s(t)$  verwendet. Die Gleichungen sind deshalb Approximationen für grosse Modulationsindexe  $\eta$  und grosse Signal-Rausch-Verhältnisse  $S/N$ . Numerische Werte sind mit Vorsicht zu verwenden. Messungen an FM-Demodulatoren zeigen aber recht gute Übereinstimmung mit diesen Approximationen. Die ausgeprägten FM-Schwellen von FM-Demodulatoren zeigen, dass unterhalb der Schwelle das Signal-Rausch-Verhältnis steil abnimmt. Exakte Berechnungen dieser Eigenschaft sind in der Literatur zu finden. Die Schwelle ist eine Funktion des Modulationsindex  $\eta$  und wird mit zunehmendem  $\eta$  nach höheren  $S/N$ -Werten verschoben. Es kann gezeigt werden, dass PLL-Demodulatoren eine 2 bis 3 dB tiefere Schwelle aufweisen als Diskriminatoren.

Oberhalb der FM-Schwelle kann mit FM gegenüber SSB ein deutlicher Modulationsgewinn realisiert werden, allerdings zu Lasten einer grösseren Bandbreite.

FM-Rundfunksysteme verwenden eine maximale Audiofrequenz  $f_{m_{\max}}$  von 15 kHz und einen Frequenzhub von 75 kHz. Der Modulationsgewinn  $(S/N)_2 / (S/N)_1$  beträgt bei SSB  $1 \hat{=} 0$  dB

$$\text{und bei FM } \frac{3}{2} \eta^2 = \frac{3}{2} \left( \frac{75 \text{ kHz}}{15 \text{ kHz}} \right)^2 = 37.5 \hat{=} 15.7 \text{ dB} .$$

Die Bandbreite ist mit  $B = 2(\Delta f + f_{m_{\max}}) = 180 \text{ kHz}$  bei FM wesentlich grösser als 15 kHz bei SSB.

Oberhalb der FM-Schwelle ist FM mit einem Modulationsindex von  $\eta > \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.82$  der SSB überlegen.

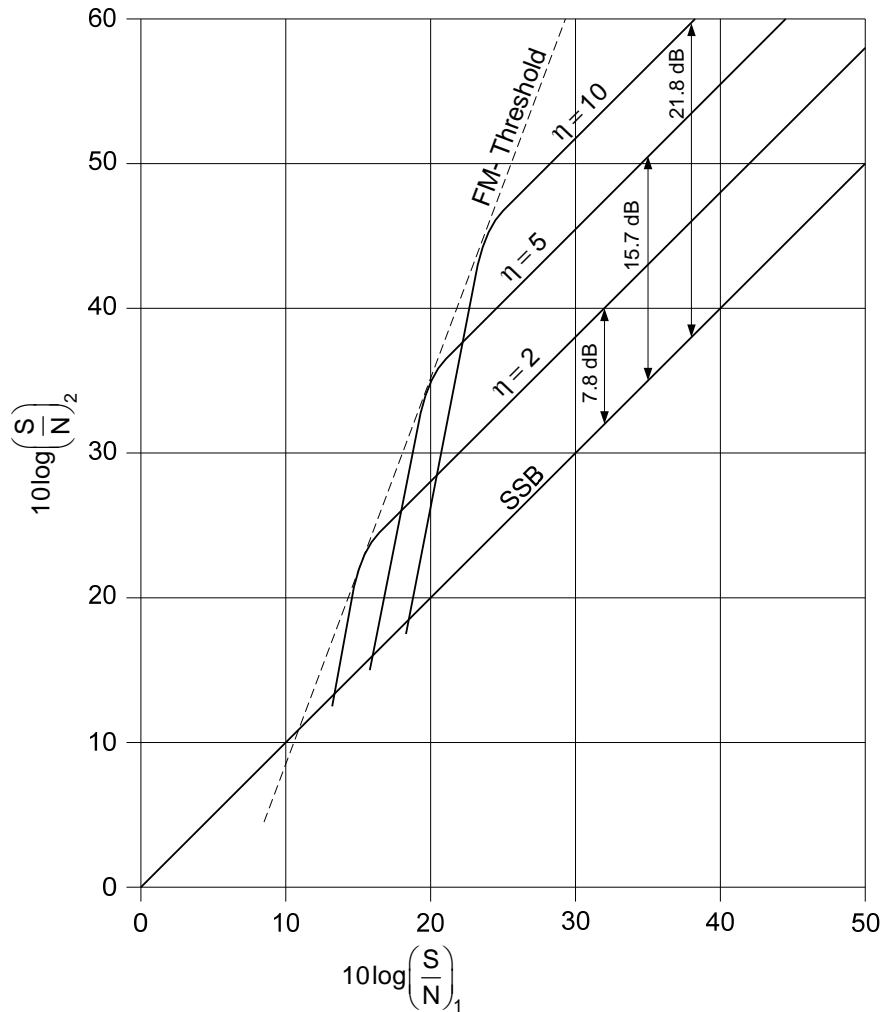


Fig. 2-39: Ausgangs S/N über Eingangs S/N für FM

Die Rauschleistungsdichte des demodulierten Signals nimmt quadratisch mit der Frequenz zu. Dadurch nimmt bei konstanter Amplitude des Modulationssignals der Signal-Rausch-Abstand mit zunehmender Modulationsfrequenz ab. Die in Kapitel 2.2.2 beschriebene Preemphasis wirkt diesem Effekt entgegen.

Die Rauschleistung am Ausgang des Demodulators ist umgekehrt proportional zur Trägerleistung  $S^2 / 2$ . S wird durch den Limiter begrenzt und bleibt für Eingangsleistungen oberhalb des Begrenzungswertes konstant. Ohne Eingangssignal liefert ein FM-Demodulator eine beträchtliche Rauschspannung am Ausgang, die durch einen anliegenden Träger reduziert wird. Die Rauschreduktion kann auch zur Messung der Empfindlichkeit (minimales Eingangssignal) eines FM-Empfängers verwendet werden. Bei analogen Funksystemen war ein Wert von 20 dB Rauschreduktion (Quieting) gebräuchlich.

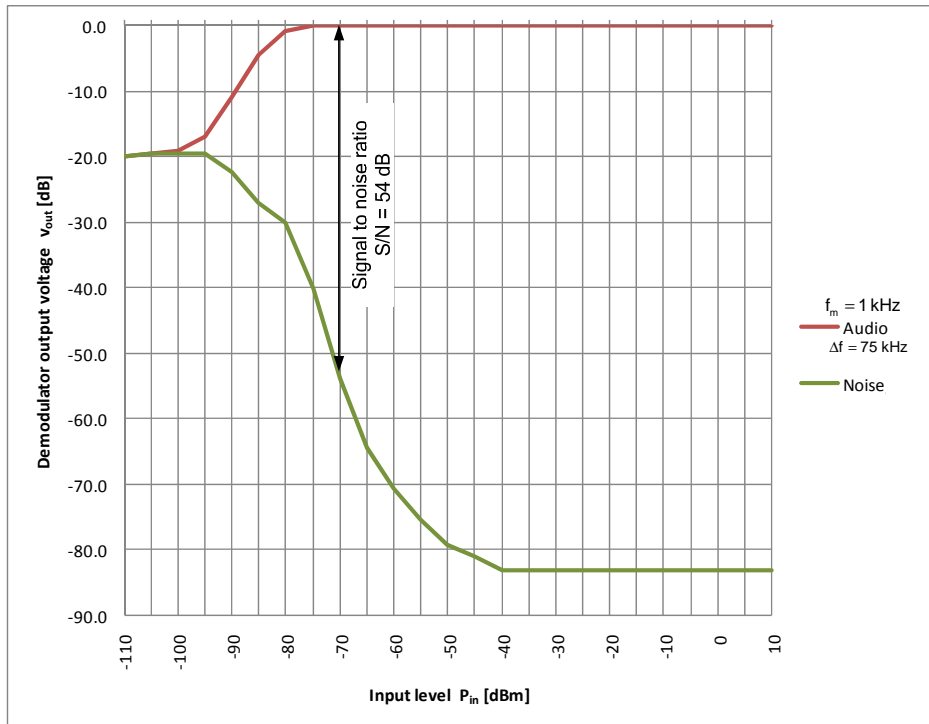


Fig. 2-40: Gemessene Audio- und Rauschgangsspannung über den Eingangspegel für einen hochqualitativen FM-Demodulator